

SPREZANJE PREDGOTOVLJENIH I DOBETONIRANIH DIJELOVA KOLNIČKOGA SKLOPA

I Uvod

Općenito se pod pojmom **spregnutoga sklopa** razumije rješenje pri kojem se povezuju (sprežu) dva sklopovna dijela od kojih je svaki načinjen od **drugoga gradiva**.

Gradiva se međusobno razlikuju po svojim **mehaničkim vlastitostima**.

U mostovima se primjenjuju dvije vrste spregnutih sklopova, zavisno od gradivâ što se sprežu:

- **čelični** glavni (i/ili poprečni) nosači + dobetonirana ploča,
- predgotovljeni prednapeti **betonski** nosači + dobetonirana kolnička ploča.

I Uvod

U sljedećem izlaganju bavit ćemo se samo ovom drugom vrsti sklopova.

Valja reći da do sprezanja može doći i pri **popravku** ili **pojačavanju** rasponskoga sklopa (RS) postojećeg mosta – kada se dodaje sloj betona iznad već spregnutoga sklopa.

Osobitu vrst sprezanja predstavlja povezivanje PG nosača i PG dijelova kolničke ploče, kakvo je, primjerice, primijenjeno pri građenju Krčkog mosta.

Pri tomu su jedini dijelovi sklopa što se betoniraju na gradilištu uzdužne mokre reške i “džepovi” u koje ulaze moždanici što strše iz PG nosača.

Međutim, ovakva se rješenja danas više ne primjenjuju iz razlogâ povezanih sa zajamčenjem trajnosti.

U nastojanju da se smanji opseg radova na gradilištu danas se radi tzv. betonska izgubljena oplata čiji se udio u radu RS-a zanemaruje.

I Uvod

Bît je **sprezanja** u **zajamčenju suradnje** između PG prednapetog betonskog **nosača** i dobetonirane **ploče**.

Učinak je te suradnje znatno **povećanje nosivosti** PGPB nosača.

Međutim, za određivanje nosivosti moraju se dobro poznavati **mehaničke i fizičke vlastitosti** obaju sastavnih dijelova, koje su još dodatno promjenjive u vremenu.

Suradnja PGPB nosača i dobetonirane ploče ostvaruje se:

- prirodnim prijanjanjem dvaju betona,
- trenjem između dvaju betonskih dijelova,
- djelovanjem moždanikâ – armaturnih šipaka što strše iz PGPB nosača.

Prva dva učinka gube se pošto posmična sila u plohi sprezanja prekorači graničnu vrijednost i općenito se zanemaruju u proračunu.

I Uvod

Vrlo važnu ulogu u učinku sprezanja imaju skupljanje i puzanje betona.

Budući da su dva betona općenito različite starosti, pod djelovanjem skupljanja i puzanja betona nužno dolazi do preraspodjelbe naprezanja u spregnutom presjeku u tijeku vremena, o čemu se mora voditi računa.

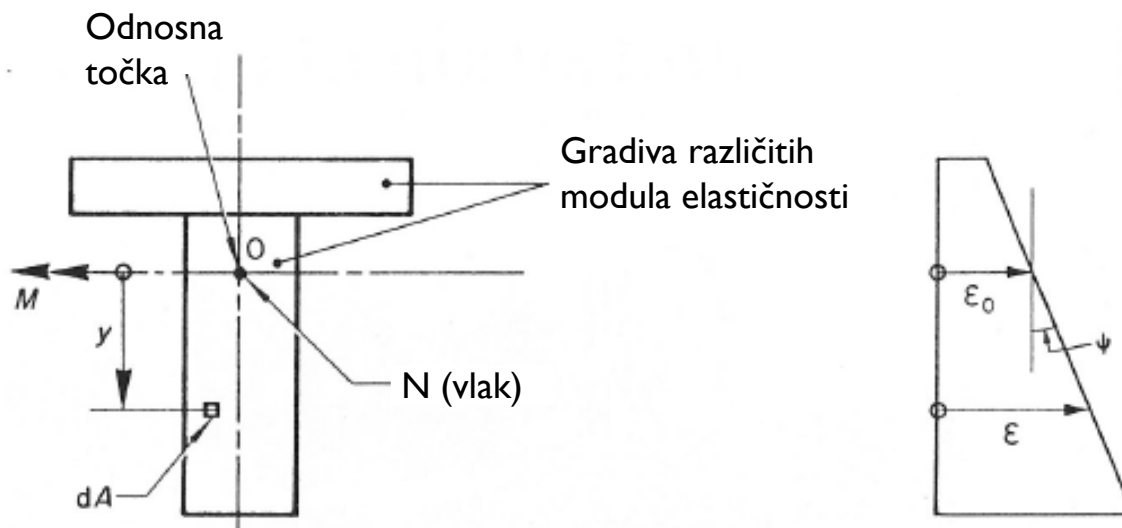
Dodatno posložnjenje zadaće donosi opuštanje (relaksacija) čelika za prednapinjanje.

* * * * *

U sljedećem izlaganju pokazat ćemo kako se računaju naprezanja i razmjerna skraćivanja/produljenja (relativne deformacije) neraspucalih spregnutih presjeka.

2 Naprezanja, produljenja/skraćenja i zakrivljenost spregnutoga presjeka

Na slici 2.1 predočen je nosača sastavljena od različitih gradiva s jednom osi simetrije.



Na presjek djeluju uzdužna sila i moment savijanja.

Stvarni presjek nadomještamo **preinačenim presjekom** u kojega je stvarna ploština

Slika 2.1: Raspodjelba produljenja/skraćenja u spregnutom presjeku

pojedinih dijela nadomještena s preinačenom ploštinom, $(E_i/E_{ref})A_i$, gdje je E_{ref} po volji odabrani odnosni modul elastičnosti, a E_i – modul elastičnosti i -tog dijela presjeka.

Na gornjoj je slici O po volji odabrana točka u osi simetrije.

2 Naprezanja, produljenja/skraćenja i zakrivljenost spregnutoga presjeka

Uz Bernoullijevu pretpostavku da presjeci ostaju ravni vrijedi:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \psi y \quad (2.1)$$

gdje je ε_0 produljenje u odnosnoj (referentnoj) točki, a ψ zakrivljenost.

Naprezanje je u vlaknu i -tog dijela presjeka:

$$\sigma = E_i(\varepsilon_0 + \psi y) \quad (2.2)$$

Integriranjem naprezanja po presjeku, te računanjem momenta oko osi kroz točku A dobije se:

$$N = \int \sigma dA \quad (2.3)$$

$$M = \int \sigma y dA \quad (2.4)$$

Integriranje se mora provesti po svim dijelovima spregnutoga presjeka.

2 Naprezanja, produljenja/skraćenja i zakrivljenost spregnutoga presjeka

Ako se jednačba 2.2 uvrsti u jednačbe 2.3 i 2.4 dobije se:

$$N = \varepsilon_0 \sum_{i=1}^m E_i \int dA + \psi \sum_{i=1}^m E_i \int y dA \quad (2.5)$$

$$M = \varepsilon_0 \sum_{i=1}^m E_i \int y dA + \psi \sum_{i=1}^m E_i \int y^2 dA \quad (2.6)$$

Jednačbe 2.5 i 2.6 mogu se napisati u obliku:

$$N = E_{\text{ref}}(A\varepsilon_0 + B\psi) \quad (2.7)$$

$$M = E_{\text{ref}}(B\varepsilon_0 + I\psi) \quad (2.8)$$

Gdje su A, B i I preinačene vrijednosti ploštine, statičkog momenta i momenta tromosti presjeka s obzirom na os kroz točku O.

2 Naprezanja, produljenja/skraćenja i zakrivljenost spregnutoga presjeka

Za spregnuti presjek A, B i I dobiju se zbrajanjem udjelâ pojedinih dijelova:

$$A = \sum_{i=1}^m \left(\frac{E_i}{E_{ref}} A_i \right) \quad (2.9)$$

$$B = \sum_{i=1}^m \left(\frac{E_i}{E_{ref}} B_i \right) \quad (2.10)$$

$$I = \sum_{i=1}^m \left(\frac{E_i}{E_{ref}} I_i \right) \quad (2.11)$$

gdje su A_i , B_i i I_i vrijednosti što se odnose na i-ti dio presjeka. Statički moment i moment tromosti odnose se na os kroz točku A.

Pri tomu se sloj armature promatra kao dio spregnutoga presjeka.

2 Naprezanja, produljenja/skraćenja i zakrivljenost spregnutoga presjeka

Jednačbe (2.7) i (2.8) mogu se napisati i u matričnom obliku:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = E_{ref} \begin{bmatrix} A & B \\ B & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \psi \end{Bmatrix} \quad (2.12)$$

Iz ovih se jednačba mogu izračunati N i M ako su poznati ε_0 i ψ , ali i obrnuto:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \psi \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_{ref}} \begin{bmatrix} A & B \\ B & I \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

Inverzna je vrijednost matrice 2×2 u ovoj jednačbi:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B & I \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{AI - B^2} \begin{bmatrix} I & -B \\ -B & A \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Uvrsti li se to u jedn. (2.13) dobije se:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \psi \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_{ref} (AI - B^2)} \begin{bmatrix} I & -B \\ -B & A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (2.15)$$

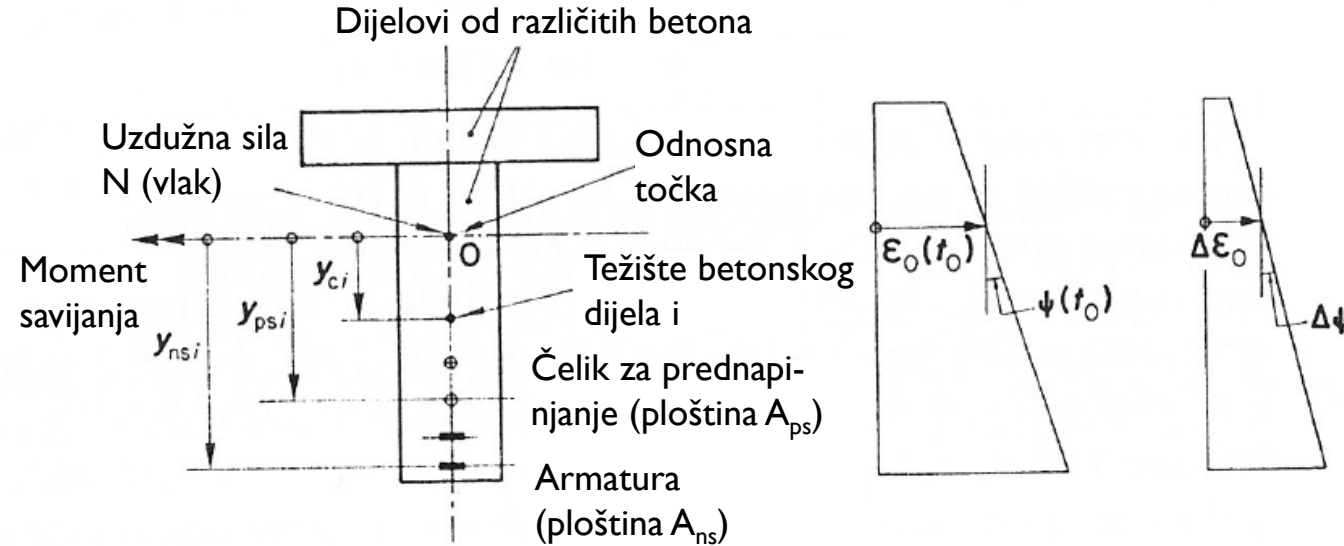
2 Naprezanja, produljenja/skraćenja i zakrivljenost spregnutoga presjeka

Odabere li se za odnosnu točku težište preinačenoga presjeka, statički moment, B , iščezava, pa jedn. (2.15) poprima poznati, mnogo jednostavniji, oblik:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \psi \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_{ref}} \begin{Bmatrix} N / A \\ M / I \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

Uzmimo da je presjek predočen na slici 3.1 podvrgnut sili prednapinjanja P , te uzdužnoj sili N i momentu savijanja M u trenutku t_0 .



Uzima se da su poznati: mjera skupljanja $\epsilon_{cs}(t, t_0)$, koeficijent puzanja $\varphi(t, t_0)$ i koeficijent starenja $\chi(t, t_0)$.

Treba naći produljenja/skraćenja i zakrivljenost,

te naprezanja u betonu čeliku u trenutku t_0 (odmah nakon prednapinjanja), te u kasnijemu trenutku t .

Slika 3.1: Vremenske promjene produljenja/skraćenja u spregnutom presjeku i zakrivljenost, te naprezanja u betonu čeliku u trenutku t_0 (odmah nakon prednapinjanja), te u kasnijemu trenutku t .

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.1 Naprezanja i produljenja/skraćenja u trenutku t_0

Prije nego što primijenimo jedn. (2.15) moramo svesti vanjske sile na jednakovrijednu uzdužnu silu što djeluje u točki O i odgovarajući moment:

$$\begin{Bmatrix} N_{jednakovrijedno} \\ M_{jednakovrijedno} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N - \Sigma P_i \\ M - \Sigma P_i y_{psi} \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

Gdje se indeks i odnosi na i -ti sloj čelika za prednapinjanje, a y_{psi} je odgovarajuća udaljenost od odnosne točke O.

Preinačena jedn. (2.15) sada glasi:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_O(t_0) \\ \psi(t_0) \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_{ref} (AI - B^2)} \begin{bmatrix} I & -B \\ -B & A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix}_{jednakovrijedno} \quad (3.2)$$

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.1 Naprezanja i produljenja/skraćenja u trenutku t_0

Valja imati na umu da se geometrijske vrijednosti odnose na trenutak t_0 , dok je za E_{ref} najbolje odabrati $E_{cl}(t_0)$.

I ovoga puta vrijedi da ako se za O odabere težište preinačenog presjeka u trenutku t_0 , jedn. 3.2 postaje:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_O(t_0) \\ \psi(t_0) \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_{ref}} \begin{Bmatrix} \frac{N_{jednakovrijedno}}{A} \\ \frac{M_{jednakovrijedno}}{I} \end{Bmatrix} \quad (3.2a)$$

Na sličan način jedn. (2.1) i (2.2) sada postaju:

$$\varepsilon_c(t_0) = \varepsilon_O(t_0) + \psi(t_0)y \quad (3.3)$$

$$\sigma_c(t_0) = [E_c(t_0)]_i [\varepsilon_O(t_0) + \psi(t_0)y] \quad (3.4)$$

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.1 Naprezanja i produljenja/skraćenja u trenutku t_0

Naprezanje je u nenapetoj armaturi:

$$\sigma_{ns}(t_0) = E_{ns} [\varepsilon_O(t_0) + \psi(t_0)y] \quad (3.5)$$

U slučaju predhodnog napinjanja početno je naprezanje:

$$\sigma_{ps}(t_0) = (\sigma_{ps})_{početno} + E_{ps} [\varepsilon_O(t_0) + \psi(t_0)y] \quad (3.6)$$

pri čemu je drugi član gubitak od elastičnoga skraćenja betona.

Pri naknadnom napinjanju natega vrijedi:

$$\sigma_{ps}(t_0) = (\sigma_{ps})_{početno} \quad (3.7)$$

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.2 Promjene naprezanja i produljenja/skraćenja u razdoblju od t_0 do t

Puzanje i skupljanje betona, te opuštanje čelika za prednapinjanje izazivaju preraspodjelu naprezanja u presjeku.

U slučaju dobetonirane ploče početno je naprezanje u njoj jednako ništici.

Pretpostavimo li savršeno prijanjanje betona na beton dva se dijela presjeka ponašaju kao jedan, pa skupljanje i puzanje betona, te opuštanje čelika u jednom dijelu utječu na oba dijela.

Promjene produljenja/skraćenja u razdoblju t_0 do t određene su priraštajima $\Delta\varepsilon_0$ i $\Delta\psi$.

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.2 Promjene naprezanja i produljenja/skraćenja u razdoblju od t_0 do t

Određivanje ovih priraštaja odvija se po sličnu postupku kao u slučaju određivanja početnih vrijednosti.

Prvo umjetno onemogućimo ove priraštaje primjenom uzdužne sile ΔN u točki O i odgovarajućeg momenta ΔM .

Zatim se ove prisile uklone primjenom jednakih, ali suprotnih sila što djeluju na spregnuti presjek.

Učinak su toga sljedeće promjene produljenja/skraćenja i zakrivljenosti:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_o \\ \Delta \psi \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_c (\overline{AI} - \overline{B}^2)} \begin{bmatrix} \overline{I} & -\overline{B} \\ -\overline{B} & \overline{A} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\Delta N \\ -\Delta M \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.2 Promjene naprezanja i produljenja/skraćenja u razdoblju od t_0 do t

U ovom su izrazu A^* , B^* i I^* vremenski preinačene vrijednosti (*age adjusted values*), dok je $E_c^* = E_{ref} = E_c^*(t, t_0)$ vremenski preinačena vrijednost modula elastičnosti jednog od betona odabrana kao odnosno gradivo.

Sile što onemogućuju priraštaje računaju se kao zbroj triju izraza:

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{puzanje} + \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{skupljanje} + \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{opuštanje} \quad (3.9)$$

Kada bi se puzanje moglo odvijati slobodno, produljenje/skraćenje i zakrivljenost narasli bi u razdoblju od t_0 do t za iznose $\varphi(t, t_0) \cdot \varepsilon(t_0)$ i $\varphi(t, t_0) \cdot \psi(t_0)$.

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.2 Promjene naprezanja i produljenja/skraćenja u razdoblju od t_0 do t

Sile nužne da bi se onemogućili ovi priraštaji dobiju se iz izraza:

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{puzanje} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c \varphi \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_O(t_0) \\ \psi(t_0) \end{Bmatrix} \right\} \quad (3.10)$$

Ovdje se indeks i odnosi na i -ti dio presjeka, a m je ukupni broj betonskih dijelova.

$E_{ci} = [E_c^*(t, t_0)]_i$ i $[\varphi(t, t_0)]_i$ su vremenski preinačeni modul elastičnosti i koeficijent puzanja betona u i -tom dijelu.

Sile nužne za sprječavanje skupljanja jesu:

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{skupljanje} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c \varepsilon_{cs} \begin{Bmatrix} A_c \\ B_c \end{Bmatrix} \right\} \quad (3.11)$$

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.2 Promjene naprezanja i produljenja/skraćenja u razdoblju od t_0 do t

Na kraju, sile nužne za sprječavanje opuštanja čelika:

$$\left\{ \begin{array}{c} \Delta N \\ \Delta M \end{array} \right\}_{\text{opuštanje}} = \sum \left\{ \begin{array}{c} A_{ps} \Delta \bar{\sigma}_{pr} \\ A_{ps} y_{ps} \Delta \bar{\sigma}_{pr} \end{array} \right\} \quad (3.12)$$

Naprezanje u betonu nužno za sprječavanje skupljanja i puzanja u bilo kojem vlaknu:

$$\sigma_{\text{spriječeno}} = -\bar{E}_c(t, t_0) \left[\varphi(t, t_0) \varepsilon_c(t_0) + \varepsilon_{cs} \right] \quad (3.13)$$

pri čemu je $\varepsilon_c(t_0)$ produljenje/skraćenje određeno po jedn. 3.3.

U jedn. 3.13 pretpostavlja se da se sva opterećenja nanose u trenutku t_0 .

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.2 Promjene naprezanja i produljenja/skraćenja u razdoblju od t_0 do t

Priraštaji naprezanja što nastaju u razdoblju od t_0 do t jesu kako slijedi:

- u betonu i-tog dijela

$$\Delta\sigma_c = \sigma_{spiječeno} + \bar{E}_{ci}(t, t_0)(\Delta\varepsilon_0 + y\Delta\psi) \quad (3.14)$$

- u armaturi

$$\Delta\sigma_{ns} = E_{ns}(\Delta\varepsilon_0 + y_{ns}\Delta\psi) \quad (3.15)$$

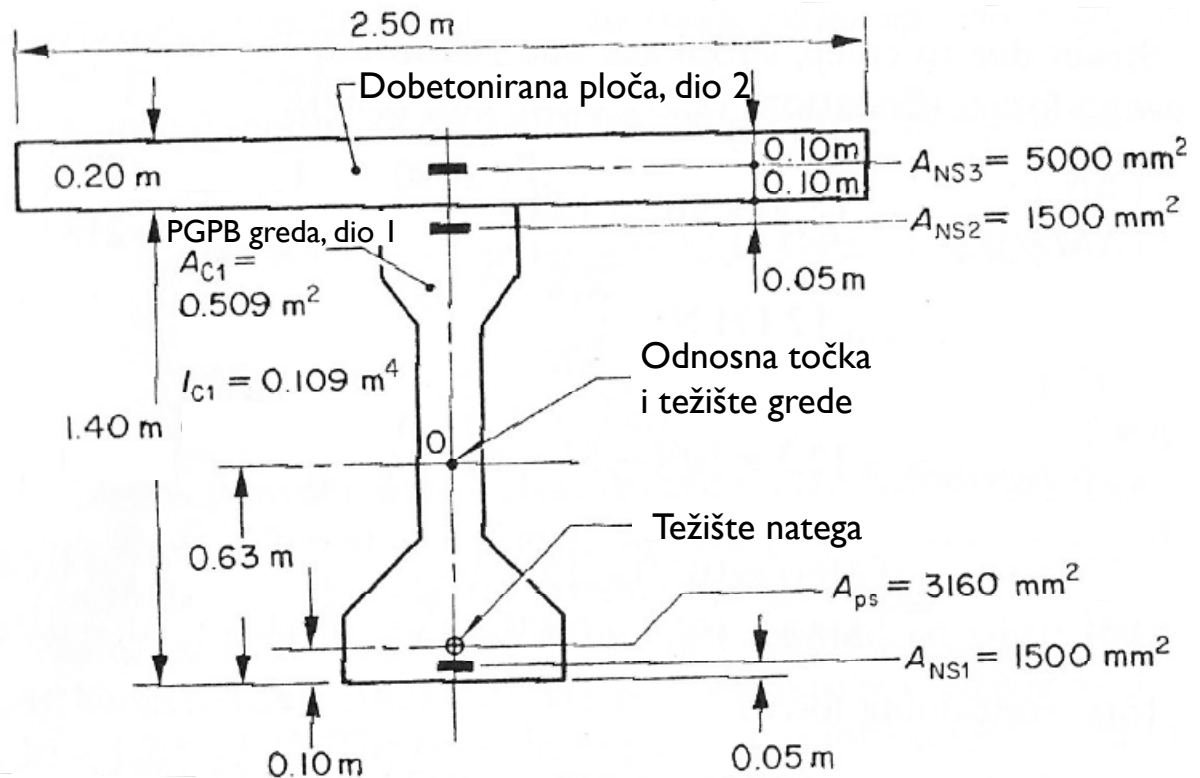
- u čeliku za prednapinjanje

$$\Delta\sigma_{ps} = \Delta\bar{\sigma}_{pr} + E_{ps}(\Delta\varepsilon_0 + y_{ps}\Delta\psi) \quad (3.16)$$

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer

Razmotrimo spregnuti betonski nosač sastavljen od PGPB grede (1. dio) i dobetonirane kolničke ploče (2. dio, slika 3.2).



Slika 3.2: Spregnuti presjek sastavljen od PGPB grede i dobetonirane ploče

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer

Treba odrediti raspodjelu naprezanja i produljenja/skraćenja u presjeku neposredno nakon prednapinjanja, te promjene ovih vrijednosti što se dogode između prednapinjanja i betoniranja ploče, te nakon duga razdoblja poslije toga.

Nužni prateći podatci:

- starost betona PGPB grede pri prednapinjanju: $t_1 = 3$ dana,
- starost betona PGPB grede pri betoniranju ploče $t_2 = 60$ dana,
- starost betona PGPB grede pri kojoj se traže konačna naprezanja i produljenja/skraćenja, $t_3 = \infty$.
- sila prednapinjanja, $P = 4\ 100$ kN,
- moment savijanja od vlast. tež. PGPB grede, $M_1 = 1\ 400$ mkN

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer

- moment savijanja od težine kolničke ploče i dodatnoga stalnog opt. (nanosi se u trenutku t_2), $M_2 = 1\ 850\ \text{mkN}$
- modul elastičnosti betona PGPB grede $E_{c1}(3) = 25\ \text{GN/m}^2$
 $E_{c1}(60) = 37\ \text{GN/m}^2$

Uskoro nakon otvrdnuća betona ploče postupno se razvija sprezanje.

Zanemarujemo sprezanje što se događa u prva tri dana.

Uzmimo da starost betona $t_2 = 60$ dana PGPB nosača odgovara starosti od tri dana ploče; u to je vrijeme modul elastičnosti ploče $E_{c2}(3) = 23\ \text{GN/m}^2$.

Koeficijenti puzanja i starenja, te mjera skupljanja betona uzeti su po sljedećoj tablici.

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

	Prvi dio betona			Drugi dio betona
(t, t ₀)	(60,3)	(∞,3)	(∞,60)	(∞,3)
φ	1,20	2,30	2,27	2,40
χ	0,86	0,80		0,78
E _{cs} (10 ⁻⁵)	-57		-205	-269

Svedeno opuštanje čelika za prednapinjanje, $\Delta\sigma_{pr} = -85 \text{ N/mm}^2$, od čega u prvih 57 dana -15 N/mm^2 .

Modul elastičnosti obaju čelika: 200 GN/m^2 .

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.1 Naprezanja i produljenja/skraćenja odmah nakon prednapinjanja

Izmjere i ploštine dane su na slici 3.2, a geometrijski pokazatelji u sljedećim tablicama.

a) Osnovne plohe

	A [m ²]	B [m ³]	I [m ⁴]
Beton	0,509	0,0	0,109
Armatura ($\times 10^{-3}$)	3,000	-0,210	1,282
Natege ($\times 10^{-3}$)	3,160	1,675	0,888

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.1 *Naprezanja i produljenja/skraćenja odmah nakon prednapinjanja*

b) Preinačene plohe

	E/E_{ref} [m ²]	BE/E_{ref} [m ³]	IE/E_{ref} [m ⁴]
Beton	0,509	0,0	0,109
Armatura	0,024	-0,0017	0,0103
Natege	0,0253	0,0134	0,0071

Iz ovoga se dobiju geometrijski pokazatelji cijeloga preinačenoga presjeka.

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.1 Naprezanja i produljenja/skraćenja odmah nakon prednapinjanja

c) Vremenski usklađeni preinačeni presjek

A [m ²]	B [m ³]	I [m ⁴]
0,5583	0,0117	0,1264

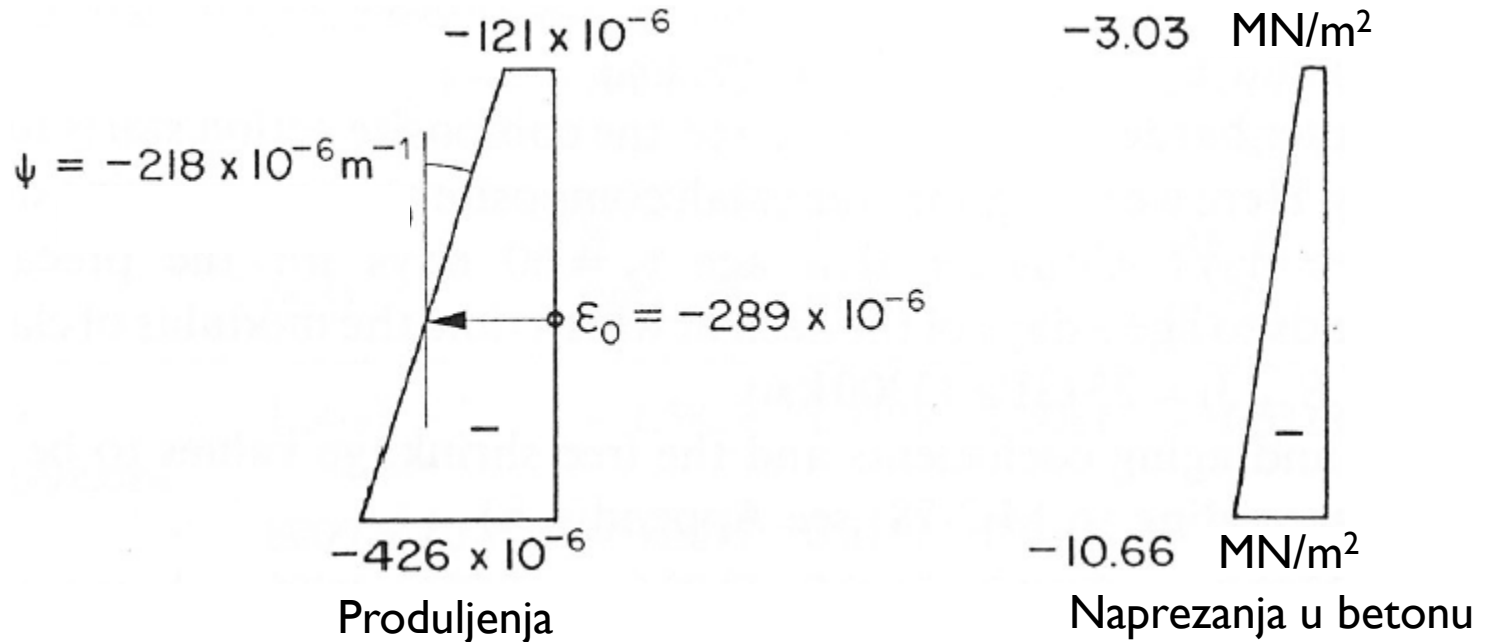
Na sljedećim slikama predočit će se stanja produljenja/skraćenja i naprezanja:

- pri starosti PGPB grede od tri dana,
- promjene između 3. i 60. dana,
- trenutačne promjene zbog nanošenja momenta M_2 .

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.1 Naprezanja i produljenja/skraćenja odmah nakon prednapinjanja

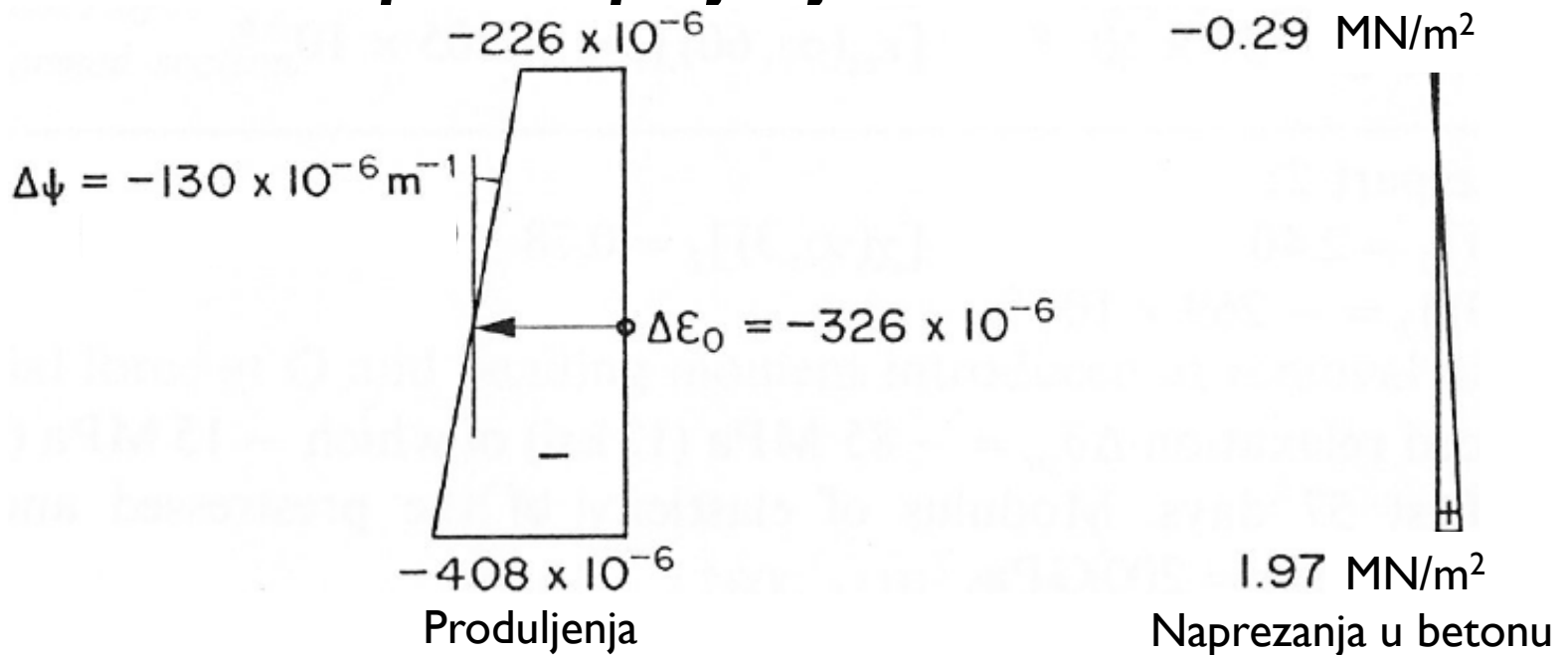


Slika 3.3 Skraćenja/produljenja i naprezanja u PGPB gredi pri starosti od tri dana

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.1 Naprezanja i produljenja/skraćenja odmah nakon prednapinjanja

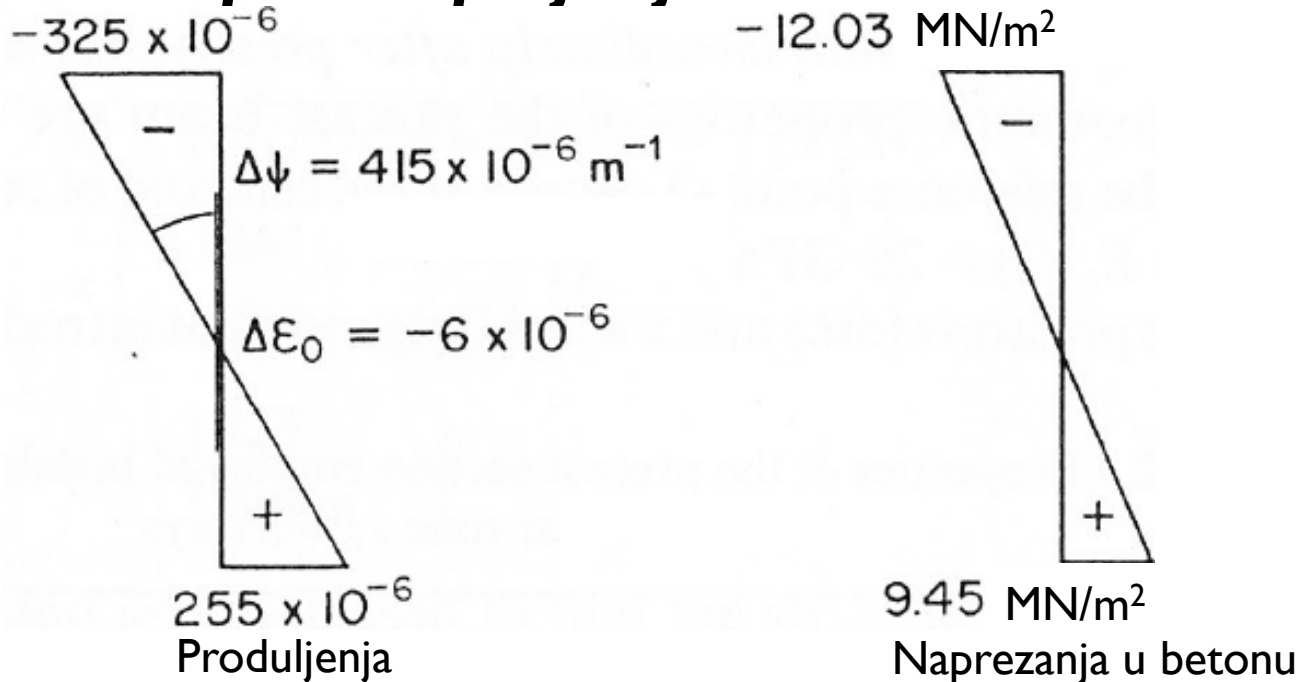


Slika 3.4 Promjene izazvane skupljanjem i puzanjem betona, te opuštanjem čelika što su se odigrale između 3. i 60. dana

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.1 Naprezanja i produljenja/skraćenja odmah nakon prednapinjanja



Slika 3.5 Trenutačne promjene u trenutku t_2 izazvane nanošenjem momenta M_2

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.1 Naprezanja i produljenja/skraćenja odmah nakon prednapinjanja

Sila prednapinjanja i moment naneseni u trenutku t_0 jednako su vrijedni (ekvivalentni) onoj sili u točki O i momentu savijanja danima jedn. (3.1):

$$\left\{ \begin{matrix} N \\ M \end{matrix} \right\}_{\text{jednakovrijedno}} = \left\{ \begin{matrix} -4100 \cdot 10^3 \\ 1400 \cdot 10^3 - 400 \cdot 10^3 \cdot 0,53 \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} -4100 \cdot 10^3 \text{ N} \\ -773 \cdot 10^3 \text{ Nm} \end{matrix} \right\}$$

a trenutačna produljenja i zakrivljenost (jedn. 3.2):

$$\left\{ \begin{matrix} \varepsilon_o(t_1) \\ \psi(t_1) \end{matrix} \right\} = \frac{1}{25 \cdot 10^9 (0,5583 \cdot 0,1264 - 0,0117^2)} \begin{bmatrix} 0,1264 & -0,0117 \\ -0,0117 & 0,5583 \end{bmatrix}.$$

$$\cdot \left\{ \begin{matrix} -4100 \cdot 10^3 \\ -773 \cdot 10^3 \end{matrix} \right\} = 10^{-6} \left\{ \begin{matrix} -289 \\ -218 \text{ m}^{-1} \end{matrix} \right\}$$

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.1 Naprezanja i produljenja/skraćenja odmah nakon prednapinjanja

Gornje vrijednosti i rabe se za proračun produljenja u bilo kojemu vlaknu i odgovarajućeg naprezanja (vidi sliku 3.3).

Produljenje (zapravo skraćenje) u razini natege iznosi -405×10^{-6}

To znači da je trenutačni gubitak sile prednapinjanja 256 kN (6,2 % početne sile).

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.2 Promjene naprezanja i produljenja/skraćenja između 3. i 60. dana

Vremenski preinačeni modul elastičnosti betona:

$$\bar{E}_c(60,3) = \frac{25 \cdot 10^9}{1 + 0,86 \cdot 1,20} = 12,30 \text{ GN} / \text{m}^2$$

Naprezanje nužno za umjetno sprječavanje puzanja i skupljanja (jedm. 3.13):

$$\left(\sigma_{c \text{ spriječeno}}\right)_g = -12,30 \cdot 10^9 \left[1,2 \left(-121 \cdot 10^{-6}\right) - 57 \cdot 10^{-6}\right] = 2,487 \text{ MN} / \text{m}^2$$

$$\left(\sigma_{c \text{ spriječeno}}\right)_d = -12,30 \cdot 10^9 \left[1,2 \left(-426 \cdot 10^{-6}\right) - 57 \cdot 10^{-6}\right] = 6,989 \text{ MN} / \text{m}^2$$

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.2 Promjene naprezanja i produljenja/skraćenja između 3. i 60. dana

Skraćenje od puzanja, skupljanja i opuštanja može se spriječiti sljedećim silama (jedn. $3 \cdot 10 \div 3 \cdot 12$):

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{\text{puzanje}} = -12,30 \cdot 10^9 \cdot 1,2 \begin{bmatrix} 0,509 & 0 \\ 0 & 0,109 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} -289 \\ -218 \end{Bmatrix} \cdot 10^{-6} = 10^6 \begin{Bmatrix} 2,171N \\ 0,351Nm \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{\text{skupljanje}} = -12,30 \cdot 10^9 \cdot (-57 \cdot 10^{-6}) \cdot \begin{Bmatrix} 0,509 \\ 0 \end{Bmatrix} = 10^6 \begin{Bmatrix} 0,357N \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{\text{opuštanje}} = \begin{Bmatrix} 3160 \cdot 10^{-6} \cdot (-15 \cdot 10^6) \\ 3160 \cdot 10^{-6} \cdot 0,53 \cdot (-15 \cdot 10^6) \end{Bmatrix} = 10^6 \begin{Bmatrix} -0,047N \\ 0,025Nm \end{Bmatrix}$$

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.2 Promjene naprezanja i produljenja/skraćenja između 3. i 60. dana

Ukupna je prisila:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta N \\ \Delta M \end{array} \right\}_{\text{skupljanje}} = 10^6 \cdot \left\{ \begin{array}{l} 2,171 + 0,357 - 0,047 \\ 0,351 + 0 - 0,025 \end{array} \right\} = 10^6 \left\{ \begin{array}{l} 2,481N \\ 0,326Nm \end{array} \right\}$$

Uzmemo li da je $E_{\text{ref}}^* = E_c^*(60,3)$ geometrijski pokazatelji preinačenoga presjeka postaju: $A^* = 0,6092 \text{ m}^2$; $B^* = 0,0238 \text{ m}^3$; $I^* = 0,1443 \text{ m}^4$.

Uklanjanjem prisile dolazi do sljedećih priraštaja skraćenja i zakrivljenosti u razdoblju od t_1 do t_2 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \varepsilon_0(t_2, t_1) \\ \Delta \psi(t_2, t_1) \end{array} \right\} = 10^{-6} \cdot \left\{ \begin{array}{l} -326 \\ -130m^{-1} \end{array} \right\}$$

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.2 Promjene naprezanja i produljenja/skraćenja između 3. i 60. dana

Odgovarajući priraštaji skraćanja i naprezanja predočeni su na slici 3.4.

Naprezanja su izračunana po jedn. 3.14.

Naprezanja što djeluju 60. dana mogu se dobiti zbrajanjem vrijednosti na slikama 3.3 i 3.4.

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.3 Trenutačni priraštaj naprezanja i produljenja/skraćenja 60. dana

Moment savijanja $M = 1\,850$ mkN prenosi samo PGPB greda.

Geometrijski pokazatelji presjeka preinačenoga presjeka dobiju se na isti način kao prije: uz $E_{\text{ref}} = E_c(60) = 37$ GN/m²: $A = 0,5423$ m²; $B = 0,0079$ m³; $I = 0,1207$ m⁴.

Uvrštavanjem u jedn. 3.2 dobiju se trenutačni priraštaji skraćanja i zakrivljenosti i trenutku t_2 :

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_o(t_2) \\ \Delta \psi(t_2) \end{Bmatrix} = 10^{-6} \cdot \begin{Bmatrix} -6 \\ 415 m^{-1} \end{Bmatrix}$$

Odgovarajuća naprezanja i skraćanja predočena su na slici 3.5.

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.4 Promjene naprezanja i produljenja/skraćenja u razdoblju od $t_2 = 60$ dana do $t_3 = \infty$

Vremenski preinačeni moduli elastičnosti PGPB grede i dobetonirane ploče jesu:

$$\bar{E}_{c1}(\infty, 60) = \frac{37 \cdot 10^9}{1 + 0,8 \cdot 2,30} = 13,14 \text{ GN} / \text{m}^2$$

$$\bar{E}_{c2}(\infty, 3) = \frac{23 \cdot 10^9}{1 + 0,78 \cdot 2,40} = 8,01 \text{ GN} / \text{m}^2$$

Naprezanja predočena na slikama 3.3 ÷ 3.5 počinju djelovati pri različitim starostima betona, pa imaju različite koef. puzanja.

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.4 Promjene naprezanja i produljenja/skraćenja u razdoblju od $t_2 = 60$ dana do $t_3 = \infty$

Radi pojednostavnjenja zbrojit će se naprezanja sa slika 3.3 i 3.4 i uzeti da tako dobivena naprezanja počinju djelovati istodobno, pri starosti PGPB grede od tri dana.

Tako je koeficijent puzanja: $\varphi(\infty, 3) - \varphi(60, 3) = 2,30 - 1,20 = 1,10$.

Naprezanja na slici 3.5 počinju djelovati kada je PGPB greda stara 60 dana, pa je koeficijent puzanja: $\varphi(\infty, 60) = 2,27$.

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.4 Promjene naprezanja i produljenja/skraćenja u razdoblju od $t_2 = 60$ dana do $t_3 = \infty$

Naprezanja u PGPB gredi nužna za umjetno sprječavanje skupljanja i puzanja (jedn. 3.13):

$$\begin{aligned} (\Delta\sigma_{c \text{ spriječeno}})_g &= -13,14 \cdot 10^9 \left[1,10(-121 - 226) \cdot 10^{-6} \right. \\ &\quad \left. + 2,27(-325 \cdot 10^{-6}) + (-205 \cdot 10^{-6}) \right] = 17,403 \text{ MN} / \text{m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\Delta\sigma_{c \text{ spriječeno}})_d &= -13,14 \cdot 10^9 \left[1,10(-426 - 408) \cdot 10^{-6} \right. \\ &\quad \left. + 2,27(255 \cdot 10^{-6}) + (-205 \cdot 10^{-6}) \right] = 7,142 \text{ MN} / \text{m}^2 \end{aligned}$$

Naprezanje u spriječenim uvjetima u kolničkoj ploči stalna su po njezinoj debljini, a jednaka su (jedn. 3.13):

$$\sigma_{c \text{ spriječ.}} = - 8,01 \times 10^{-9} (-269 \times 10^{-6}) = 2,155 \text{ N/mm}^2$$

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.4 Promjene naprezanja...

Vremenski preinačeni geometrijski pokazatelji presjeka za razdoblje t_2 do t_3 uz $E_{ref} = E_{cl}(\infty, 60) = 13,14 \text{ GN/m}^2$:

Osnovni presjek	A [m ²]	B [m ³]	I [m ⁴]
Beton ploče	0,495	-0,4307	0,3763
Armatura ploče ($\times 10^{-3}$)	5,000	4,350	3,785
Beton grede	0,509	0,0	0,109
Armatura grede ($\times 10^{-3}$)	3,000	-0,210	1,282
Natege ($\times 10^{-3}$)	3,160	1,675	0,888

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.4 Promjene naprezanja...

Preinačeni presjek	AE/E_{ref} [m ²]	BE/E_{ref} [m ³]	IE/E_{ref} [m ⁴]
Beton ploče	0,3017	-0,2625	0,2294
Armatura ploče ($\times 10^{-6}$)	0,0761	-0,0662	0,0576
Beton grede	0,509	0,0	0,109
Armatura grede ($\times 10^{-6}$)	0,0457	-0,0032	0,0195
Natege ($\times 10^{-3}$)	0,0481	0,0255	0,0135

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.4 Promjene naprezanja...

Vremenski usklađeni preinačeni presjek:

A [m ²]	B [m ³]	I [m ⁴]
0,9806	-0,3064	0,4290

Sile nužne za sprječavanje skupljanja, puzanja i opuštanja u razdoblju t_2 do t_3 jesu (jedn. 3.8 ÷ 3.11):

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix}_{\text{puzanje}} = -13,14 \cdot 10^9 \begin{bmatrix} 0,509 & 0 \\ 0 & 0,109 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1,10(-289 - 326) + 2,27(-6) \\ 1,10(-218 - 130) + 2,27(415) \end{Bmatrix} \cdot 10^{-6} = 10^6 \begin{Bmatrix} 4,616 N \\ -0,801 Nm \end{Bmatrix}$$

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.4 Promjene napreznja...

Izraz u vitičastim zagradama predstavlja promjene skraćenja i zakrivljenosti što bi se dogodile kada bi puzanje bilo nespriječeno.

Ploča nije uključena u jednačbu jer na nju u tom razdoblju nisu djelovala nikakva napreznja.

$$\left\{ \begin{array}{c} \Delta N \\ \Delta M \end{array} \right\}_{skupljanje} = -13,14 \cdot 10^9 \left(-205 \cdot 10^{-6} \right) \left\{ \begin{array}{c} 0,509 \\ 0 \end{array} \right\} - 8,01 \cdot 10^9 \cdot$$

$$\cdot \left(-269 \cdot 10^{-6} \right) \left\{ \begin{array}{c} 0,495 \\ -0,431 \end{array} \right\} = 10^6 \left\{ \begin{array}{c} 2,437 N \\ -0,928 Nm \end{array} \right\}$$

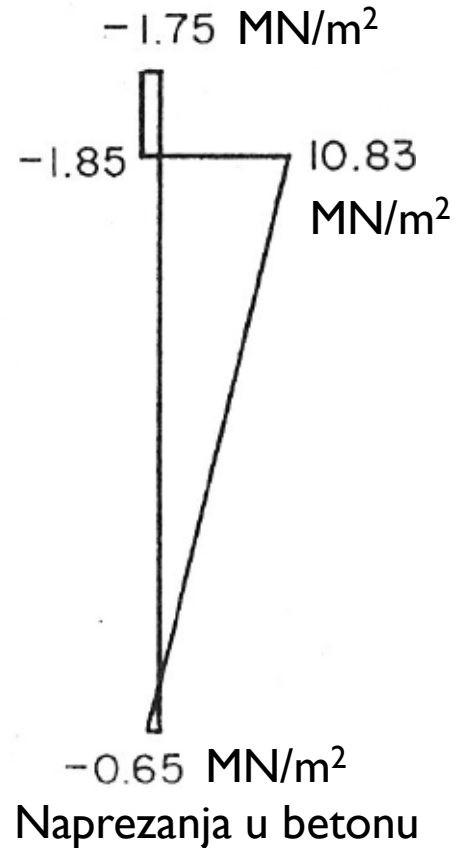
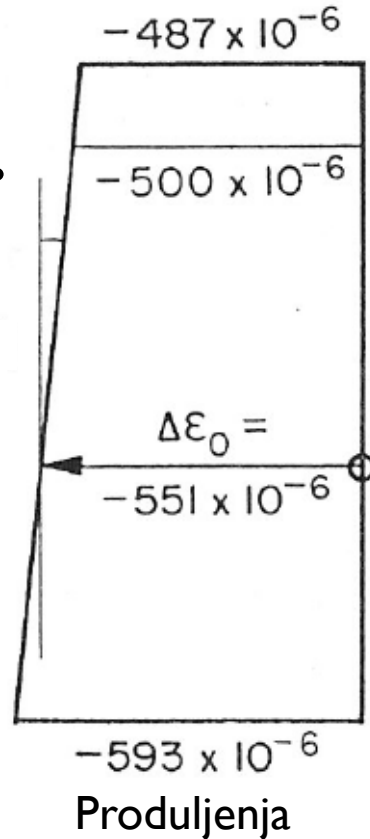
$$\left\{ \begin{array}{c} \Delta N \\ \Delta M \end{array} \right\}_{skupljanje} = \left\{ \begin{array}{c} 3,160 \cdot 10^{-6} \cdot \left(-70 \cdot 10^6 \right) \\ 3160 \cdot 10^{-6} \cdot 0,53 \cdot \left(-70 \cdot 10^6 \right) \end{array} \right\} = 10^6 \left\{ \begin{array}{c} -0,221 N \\ -0,117 Nm \end{array} \right\}$$

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.4 Promjene napreznja...

$$\Delta\psi = -66 \times 10^{-6} \text{ m}^{-1}$$



Slika 3.6: Promjene napreznja i skraćenja u spregnutomu presjeku od skupljanja, puzanja i opuštanja u razdoblju između betoniranja ploče, $t_2 = 60$ dana i $t_3 = \infty$

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.4 Promjene naprezanja...

Ukupne su prisile:

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix} = 10^6 \begin{Bmatrix} 4,616 + 2,437 - 0,221 \\ -0,801 - 0,928 - 0,117 \end{Bmatrix} = 10^6 \begin{Bmatrix} 6,832 N \\ -1,846 Nm \end{Bmatrix}$$

Priraštaji skraćenja i zakrivljenosti u razdoblju od t_2 do t_3 dobiju se uvrštavanjem u jedn. 3.8, a predočeni su na slici 3.6:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_O(t_3, t_2) \\ \Delta \psi(t_3, t_2) \end{Bmatrix} = 10^{-6} \begin{Bmatrix} -551 \\ -66 m^{-1} \end{Bmatrix}$$

Odgovarajuće promjene naprezanja izračunane su po jedn. 3.14 i također su predočene na slici 3.6.

3 Vremenske promjene u naprezanjima i produljenju/skraćenju spregnutoga presjeka

3.3 Primjer:

3.3.4 Promjene naprezanja...

Valja upamtiti:

Gubitak vlaka u čeliku za prednapinjanje jednak je po apsolutnoj vrijednosti gubitku tlaka u betonu samo u betonskom presjeku u kojem nema armature.

Općenito, gubitak je **tlaka veći** po apsolutnoj vrijednosti od gubitka **vlaka** u čeliku za prednapinjanje.

Razliku postupno preuzima nenapeta **armatura**.

Zbog toga se u betonu pojavljuju **pukotine** pri **naprezanjima** koja su po računu **znatno niža od vlačne čvrstoće betona**.