

DJELOVANJE POTRESA NA MOSTOVE

I Vlastitosti gibanja tla pri potresu

Potres je prirodno gibanje tla izazvano različitim pojavama:

- tektonskim zbivanjima,
- vulkanskim djelovanjem,
- većim odronima,
- slomom stijena i
- eksplozijama.

Najčešći i najkrupniji uzrok potresa jesu tektonska zbivanja što traju neprekidno.

Pod njihovim su djelovanjem nastali planinski lanci na kopnu i duboke jaruge u oceanima.

Poznata su područja djelovanja jakih potresa u svijetu.

I Vlastitosti gibanja tla pri potresu

Međutim, još uvijek se ne može predvidjeti **kada** će se dogoditi potres, zbog čega nastaju goleme štete, a nerijetko ima i brojnih ljudskih žrtava.

Gibanje tla pri potresu prati se osobitim uređajem, **seizmografom**, koji bilježi **ubrzanje, brzinu i pomak** određene točke za vrijeme potresa.

Odgovarajući crteži sadrže potpune obavijesti o gibanjima tla pri potresu u tri pravokutna smjera (dva vodoravna i okomiti) na mjestu gdje je uređaj postavljen.

Iako **brzina** gibanja tla bolje odražava **jačinu potresa** nego **ubrzanje**, ona se ne mjeri izravno nego se proračunava iz ubrzanja što se očitava iz **akcelerograma**.

Trajanjem potresa naziva se vremenski razmak između prvog i zadnjega **vrška** što nadmašuje određenu razinu jakih gibanja.

Što dulje traju jaka gibanja to se više energije preda u sklop.

I Vlastitosti gibanja tla pri potresu

Budući da je **elastični** udio **energije** što ju sklop može primiti vrlo **ograničen**, dugotrajan jak potres može prisiliti sklop da prijeđe u **neelastično** područje.

Čestotnost (frekvencija) može se izraziti kao broj prolazaka kroz ništicu u sekundi u akcelerogramu.

Jasno je da ako se čestotnost pravilne **poremećajne sile** poklopi s čestotnosti **prirodnih titranja** sklopa dolazi do povećavanja titranja (rezonancija), a učinak **prigušenja** biva **neznatan**.

Iako gibanja tla pri potresu nisu nikada pravilna poput sinusne valne krivulje, obično postoji **razdoblje** (period) što prevladava u **odzivu** sklopa.

U SAD razvijeni su postupci za određivanje gibanja tla pri potresu primjenjivi na projektiranje mostova.

2 Postupci dinamičkoga proračuna mostova pri potresu

Zavisno od potresnog područja, te geometrije i važnosti mosta, mogu se primijeniti sljedeći postupci dinamičkoga proračuna mostova pri potresu:

- jednonačinski postupak (engl. *single mode method*),
- višenačinski spektarski proračun (*multimode spectral analysis*),
- višepotporni spektar odziva (*multiple support response spectrum*),
- vremenski postupak (*time history method*).

Po prvom postupku **potresno se opterećenje** uzima kao jednako vrijedno **statičko** opterećenje što djeluje uzduž mosta ili poprijeko na nj.

Ovaj je postupak primjenjiv na sklopove dobro uravnoteženih raspona i jednoliko raspodijeljenih krutosti.

2 Postupci dinamičkoga proračuna mostova pri potresu

Po drugom postupku uzima se da se rezne sile i pomaci izazvani potresnim djelovanjem mogu odrediti zbrajanjem odziva po pojedinim načinima (engl. *individual modes*).

Postupak je prikladan za mostove s jasno razdvojenim načinima titranja.

Treći postupak daje spektar odziva i vršne pomake pri pojedinim stupnjevima slobode potpora točnim uzimanjem u obzir prostorne promjenjivosti gibanja tla.

Prikladan je za duge mostove preko više polja.

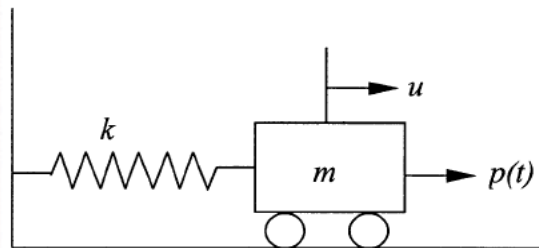
Četvrti se postupak sastoji u numeričkom integriranju jednačbâ gibanja.

Primjenjuje se za vrlo važne i geometrijski složene mostove.

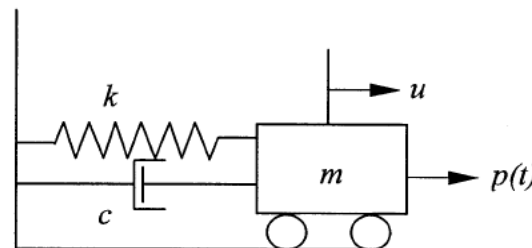
3 Sustav s jednim stupnjem slobode

Najjednostavniji predložak dinamičkoga sustava predočen je masom pridržanom oprugom (slika 3.1 a).

Kada se idealizirani, neprigušeni sklopovi pobude ili gibanjem potpora ili pomicanjem mase u jednomu smjeru, masa titra oko ravnotežnog položaja zauvijek, ne smirujući se.



(a)



(b)

Slika 3.1 Idealizirani predložak dinamičkoga sustava. a) neprigušeni sustav s 1SS; b) prigušeni sustav s 1SS.

prigušnika bez mase (slika 3.1 b).

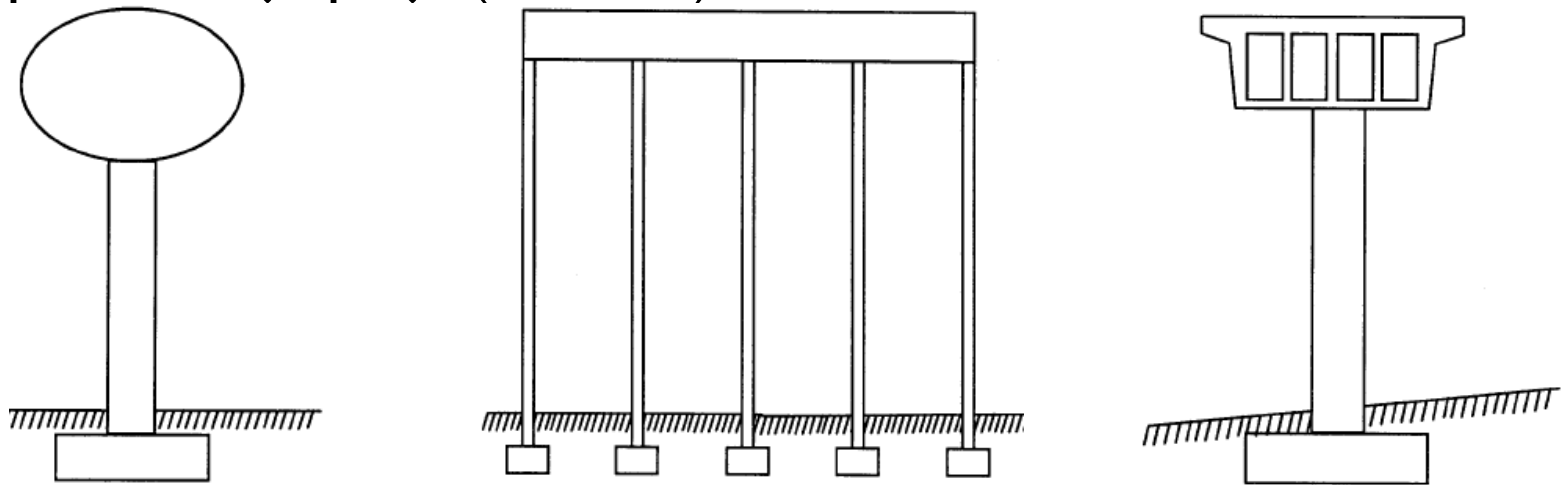
Međutim, stvarni se sklopovi smiruju nakon nekoga vremena zahvaljujući pojavi zvanoj prigušenje. Taj se učinak uzima u obzir uvođenjem viskoznoga

U dinamičkom se proračunu broj pomaka nužnih za određivanje pomaknutih položaja svih masa naziva brojem stupnjeva slobode (SS).

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

Ako se sklopovni sustav može nadomjestiti **jedinstvenom masom** usredotočenom na **jednomu mjestu** i ako se ona giba samo u **jednomu smjeru**, takav dinamički sustav nazivamo **sustavom s 1SS**.

Takvi su sustavi, primjerice, vodotoranj, jednokatni okvir ili most preko dvaju polja (slika 3.2).



Slika 3.2: Primjeri sklopova s 1SS

U mosta preko dvaju polja masa je rasponskoga sklopa masa dinamičkoga sustava; krutost je poprečna krutost stupa, a viskozni je prigušnik energija što ju je primio sklop mosta.

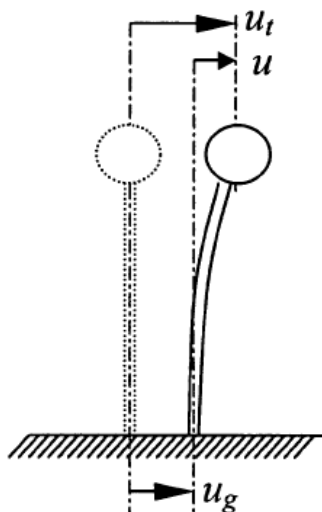
3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.1 Jednačba gibanja

Odziv sklopa zavisi od njegove mase, krutosti, prigušenja i nanesenog opterećenja ili nametnutog pomaka.

Sklop se može pobuditi primjenom vanjske sile $\mathbf{p}(t)$ na njegovu masu ili gibanjem tla $\mathbf{u}(t)$ pri njegovim potporama.

Budući da potresno opterećenje nastaje zbog pobuđivanja potpora, u ovom ćemu se izlaganju usredotoćiti na jednačbe gibanja sustava s 1SS podvrgnuta pobudi iz tla.



Slika 3.3

Pomak pri gibanju tla, \mathbf{u}_g , ukupni pomak pojedinačne mase, \mathbf{u}_t , te relativni pomak između mase i tla, \mathbf{u} (slika 3.3), povezani su odnosom:

$$u_t = u + u_g \quad (3.1)$$

Primjenom Newtonova zakona i D'Alembertova načela dinamičke ravnoteže može se pokazati da je:

$$f_l + f_D + f_S = 0 \quad (3.2)$$

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.1 Jednačba gibanja

U predhodnoj su jednačbi:

- f_I : tromosna (inercijska) sila, povezana s ubrzanjem mase odnosom $f_I = m\ddot{u}$;
- f_D : sila prigušenja mase, povezana s brzinom kroz viskozni prigušnik odnosom $f_D = c\dot{u}$;
- f_S : elastična sila što djeluje na masu, povezana s relativnim pomakom između mase i tla odnosom $f_S = ku$.

U gornjim su odnosima: m – masa dinamičkoga sustava; c – omjer prigušenja i k – konstanta opruge.

Uvrštavanjem ovih odnosa u jedn. (3.2) dobije se:

$$m\ddot{u}_t + c\dot{u} + ku = 0 \quad (3.3)$$

Jednačba gibanja sustava s 1SS tako glasi:

$$m\ddot{u}_t + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g; \quad (3.4)$$

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.2 Vlastitosti slobodnih titranja

Kada promatramo titranja u prvom nas redu zanimaju dva podatka:

- trajanje jednoga kola (ciklusa), T_n i
- broj kolâ titranja u sekundi, ω_n .

Za njihovo određivanje valja prvo promatrati **slobodna** titranja dinamičkoga sustava.

Slobodno titranje nastaje poremećajem ravnotežnog položaja sklopa djelovanjem vanjske sile ili pomaka.

Kada se ravnoteža poremeti sustav titra bez vanjskog utjecaja.

Tako se jednačba gibanja za slobodna titranja može dobiti ako se u jedn. (3.4) uvrsti $\ddot{u}_g = 0$:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0 \quad (3.5)$$

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.2 Vlastitosti slobodnih titranja

Dijeljenjem jedn. (3.5) s masom dobije se:

$$\ddot{u} + \left(\frac{c}{m}\right)\dot{u} + \left(\frac{k}{m}\right)u = 0 \quad (3.6)$$

$$\ddot{u} + 2\xi\omega_n\dot{u} + \omega_n^2u = 0 \quad (3.7)$$

gdje su:

$$\omega_n = \sqrt{k/m}$$

prirodna kružna čestotnost titranja ili neprigušena čestotnost;

$$\xi = c/c_{cr}$$

omjer prigušenja;

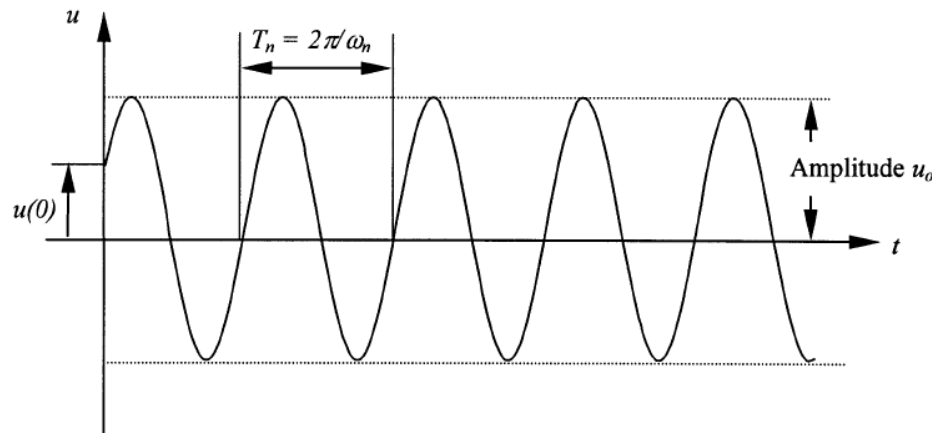
$$c_{cr} = 2m\omega_n = 2\sqrt{k \cdot m} = 2k / \omega_n \text{ kritični koeficijent prigušenja.}$$

Na slici 3.4a predložen je odziv idealiziranoga, **nepriugušena** sustava s 1SS.

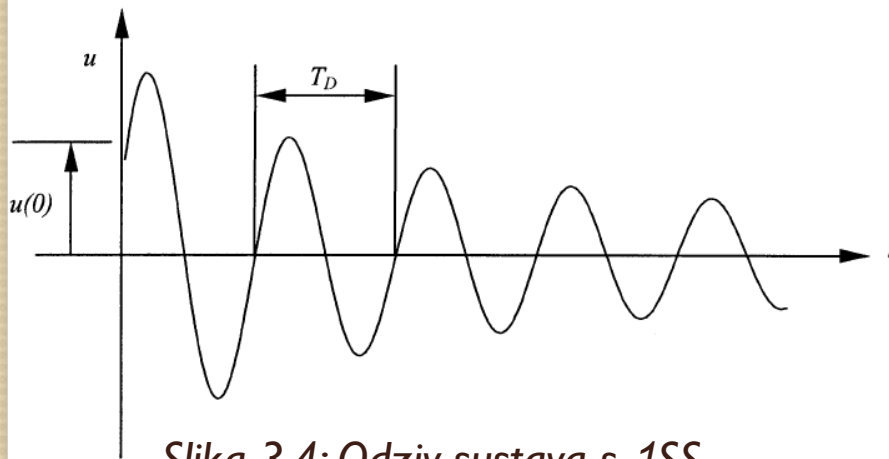
Vrijeme potrebno za dovršenje jednoga kola titranja naziva se prirodnim razdobljem (periodom) titranja, T_n .

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.2 Vlastitosti slobodnih titranja



(a)



Slika 3.4: Odziv sustava s 1SS.

a) neprigušen; b) prigušen

Dano je izrazom:

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (3.8)$$

Nadalje, prirodna čestotnost titranja određena je izrazom:

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.9)$$

Na slici 3.4b predočen je odziv prigušenoga sustava s 1SS.

Njegova je kružna čestotnost:

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad 12$$

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.2 Vlastitosti slobodnih titranja

Prigušeno razdoblje titranja sustava, T_d , dano je izrazom:

$$T_d = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{2\pi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (3.10)$$

Kada je $\xi = 1$ ili $c = c_{cr}$ sklop se vraća u ravnotežni položaj bez titranja i naziva se kritično prigušenim sklopom.

Kada je $\xi > 1$ ili $c > c_{cr}$ sklop je **preprigušen** i dolazi u mirno stanje bez titranja, ali sporije.

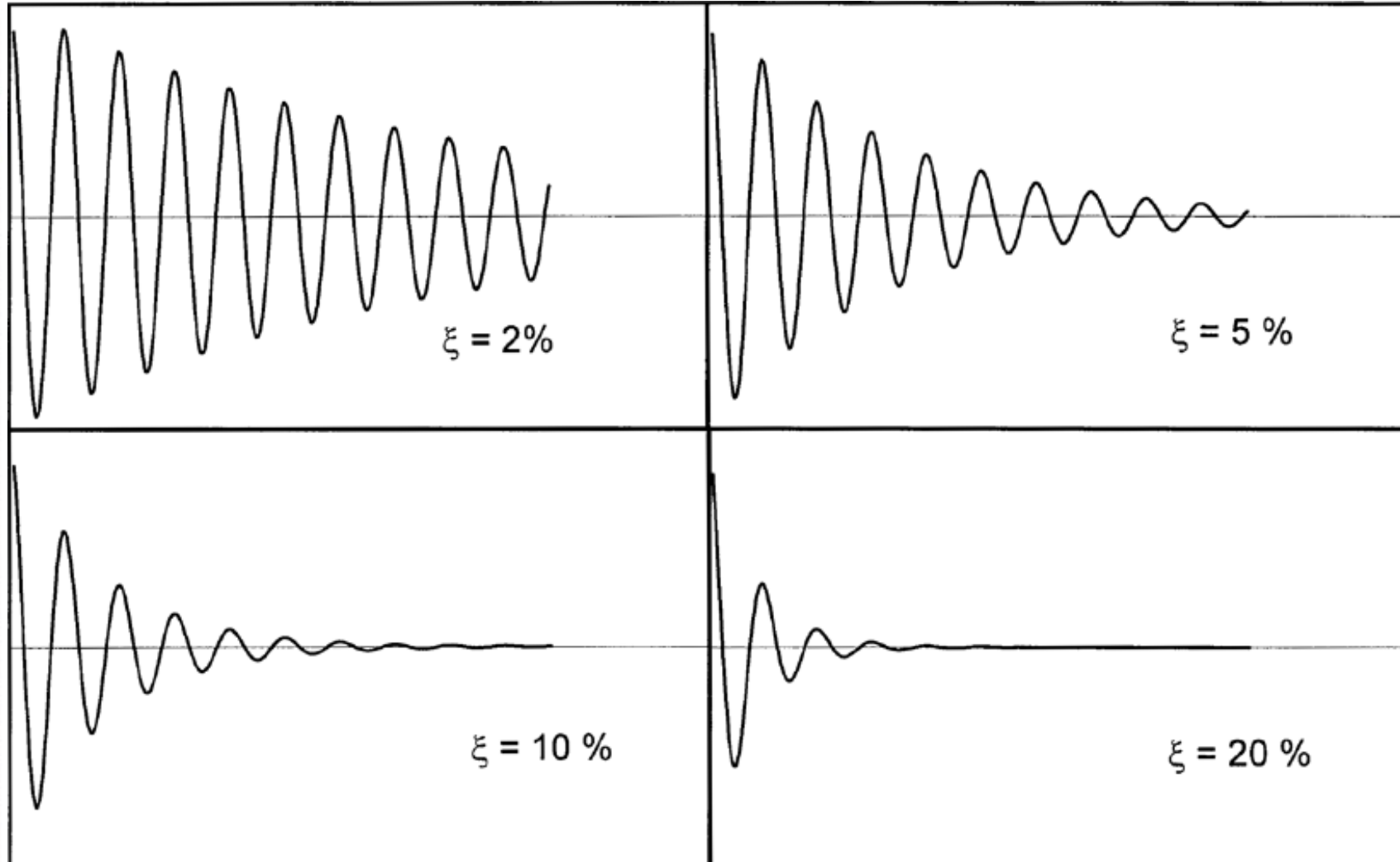
Ako je $\xi < 1$ ili $c < c_{cr}$ sklop je **podprigušen** i titra oko ravnotežnoga stanja postupno smanjujući amplitudu.

Na slici 3.5 predložen je odziv sklopova s 1SS uz različite omjere prigušenja.

Za zgrade, mostove, brane i građevine na pučini omjer je prigušenja $< 0,15$, pa su to **podprigušene** građevine.

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.2 Vlastitosti slobodnih titranja



Slika 3.5: Odziv sustava s 1SS za različite omjere prigušenja

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.2 Vlastitosti slobodnih titranja

Osnovne dinamičke vlastitosti dobivene uz pretpostavku prigušenih ili neprigušenih sklopova približno su jednake.

Tako su, primjerice, za $\xi = 0,10$: $\omega_d = 0,995\omega_n$, a $T_d = 1,01 T_n$.

Prigušenjem se energija potresa rasiplje iz sklopa, što se očituje u sljedećemu:

- otvaranje i zatvaranje mikropukotina u betonu,
- uključivanje nenosivih dijelova u rad sklopa,
- trenje u spojevima čeličnih sklopova.

Tako koeficijent prigušenja uzima u obzir sve mehanizme rasapa energije sklopa i može se odrediti samo pokusom.

Budući da prigušenje igra važniju ulogu jedino u provjeri **rezonantnog** odgovora sklopa, obično se uzimaju prosječne vrijednosti vlastite pojedinim gradivima.

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.2 Vlastitosti slobodnih titranja

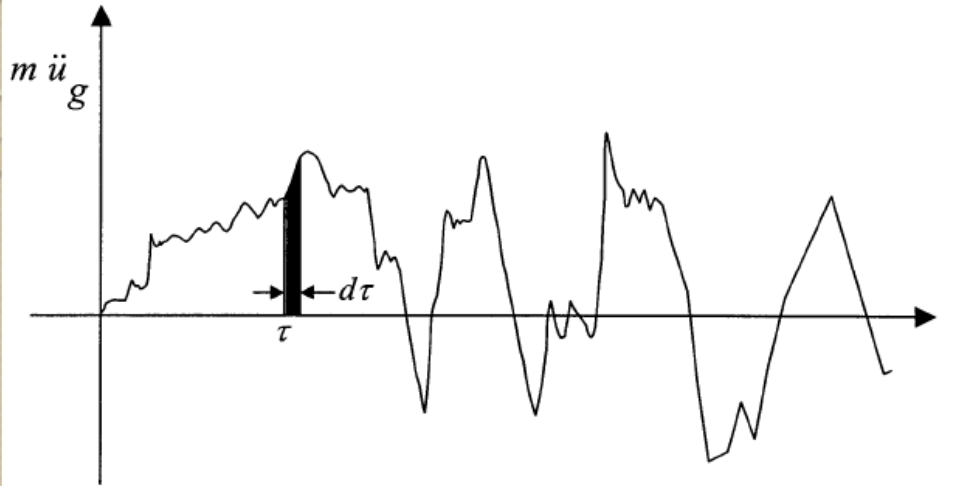
Tako se, po *Chmielewskom*, uzima da je omjer prigušenja:

- za PB sklopove $2 \div 5 \%$,
- za AB sklopove $4 \div 7 \%$,
- za zavarene čelične sklopove $2 \div 4 \%$ i
- za drvene sklopove $5 \div 10 \%$.

Valja još znati da dva naoko jednaka sklopa mogu imati malo različite vlastitosti gradiva, zbog čega će rasipati potresnu energiju različitim brzinama.

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.3 Odziv na gibanje tla pri potresu



Znakovita pobuda od gibanja tla predočena je na slici 3.6.

Osnovna jednačba gibanja sustava s 1SS dana je izrazom (3.4).

Slika 3.6: Sila izazvana potresom u vremenu na sustavu s 1SS Budući da se pobudna sila, $m\ddot{u}_g$, ne može opisati jednostavnim matematičkim izrazom, jednačba (3.4) ne može se riješiti u zatvorenu obliku.

Zbog toga se ukupna pobuda tla mora promatrati kao zbroj kratkotrajnih impulsâ, čime se određuje odziv sklopa na pobudu tla.

Impuls se, kao što je poznato, definira kao umnožak **sile** i **trajanja**.

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.3 Odziv na gibanje tla pri potresu

Primjerice, impuls sile u trenutku τ što traje u vremenskom odsječku $d\tau$ jednak je $-m\ddot{u}_t(\tau)d\tau$ i predložen je zasjenjenom plohom na slici 3.6.

Ukupni odziv sklopa na gibanje tla pri potresu može se dakle odrediti integriranjem svih odsječaka impulsa.

Ovakav se postupak gdje kada naziva vremenskim proračunom (*time history analysis*).

Pri proračunu sklopa na potres projektanta zanimaju najveće (ekstremne) vrijednosti odziva sklopa.

Pošto se odrede dinamičke vlastitosti sklopa (T_n i ω_n), najveći pomak, moment i poprečna sila na sustavu s 1SS mogu se lako odrediti rabeći osnovna načela mehanike.

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.4 Spektri odziva

Spektar odziva jest odnos **vršnih vrijednosti odzivnih veličina** (ubrzanje, brzina ili pomak) i **dinamičkih vlastitosti sklopa** (prirodno razdoblje i čestotnost).

Njegovo temeljno značenje u potresnom inženjerstvu pruža mnogo prikladniju i znakovitiju mjeru učinaka potresa nego ijedna druga veličina.

On predstavlja vršni odziv svih mogućih sustava s 1SS na određeno gibanje tla.

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.4 Spektri odziva

3.4.1 *Elastični spektar odziva*

Spektar odziva elastičnoga sklopovnog sustava može se odrediti u sljedećim koracima:

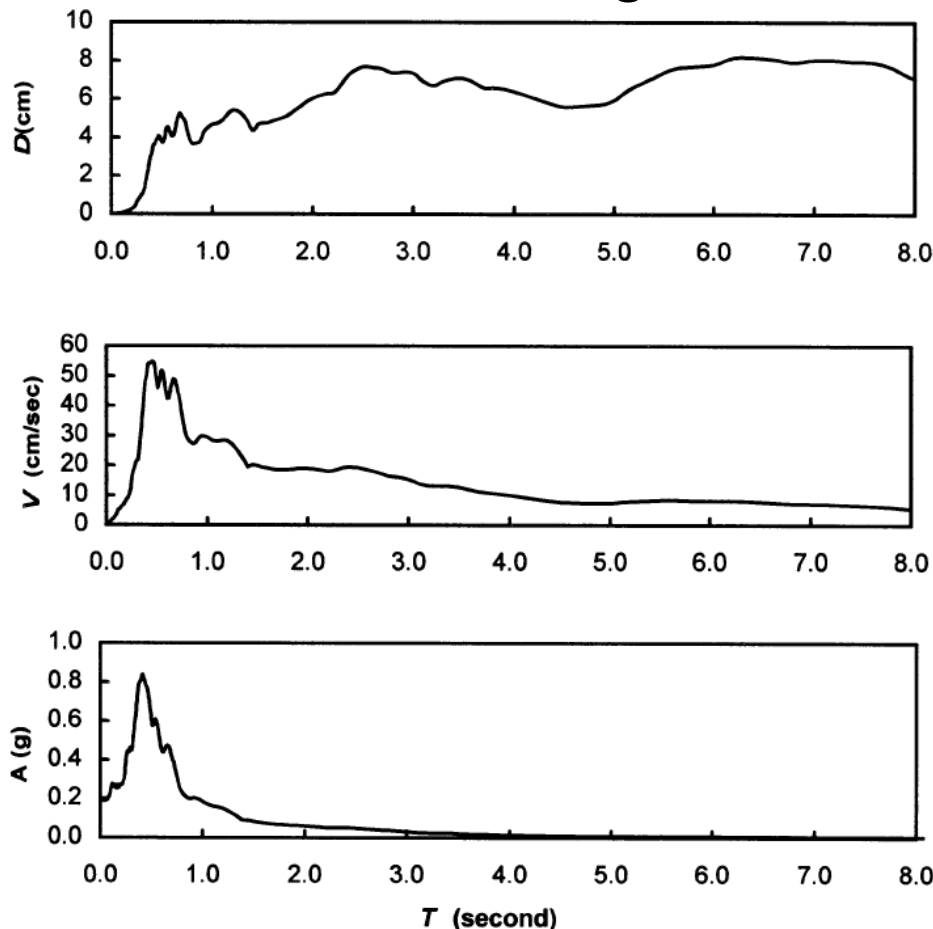
1. Utvrdi se povijest ubrzanja tla (*ground acceleration time history*) – obično u odsječcima od 0,02 sekunde.
2. Odaberu se razdoblje prirodnih titranja, T_n , i omjer prigušenja, ξ , elastičnoga sustava s 1SS.
3. Izračuna se odziv izobličenja, $u(t)$, numeričkim postupkom.
4. Odredi se u_0 , vršna vrijednost $u(t)$.
5. Izračunaju se ordinate spektra pri $D = u_0$, $V = 2\pi D/T_n$ i $A = (2\pi D/T_n)^2 D$.
6. Ponove se koraci 2 ÷ 5 za područje vrijednosti T_n i ξ za sve moguće slučajeve.

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.4 Spektri odziva

3.4.1 *Elastični spektar odziva*

7. Predočiti rezultate grafički kako bi se dobila tri odvojena



bi se dobila tri odvojena spektra, kako je prikazano na slici 3.7, ili složiti jedinstven trostruki dijagram, predöčen na slici 3.8.

Valja uočiti da iako tri spektra (pomak, brzina i ubrzanje) za određeno gibanje tla sadrže istu obavijest, svaki ima fizikalno znakovitu veličinu.

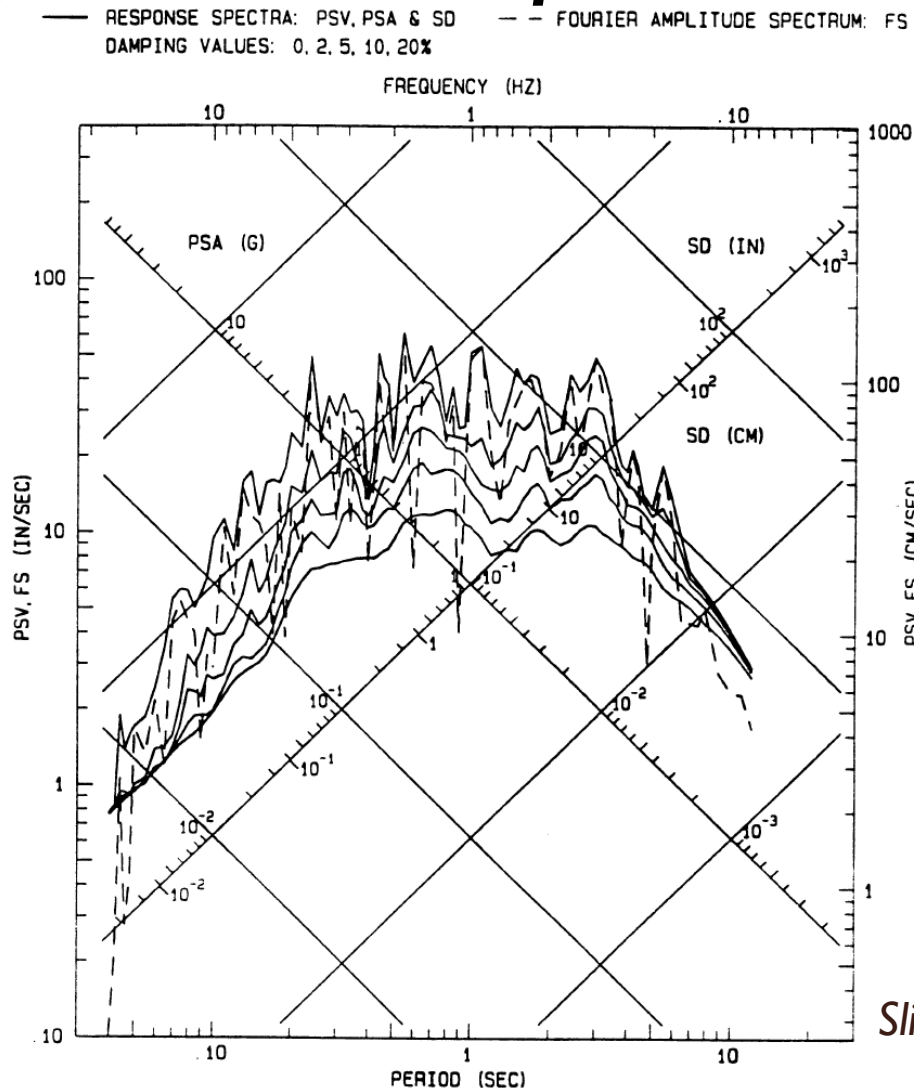
Spektar pomaka predstavlja vršni pomak.

Slika 3.7: Primjer spektra odziva (kritično prigušenje 5%)

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.4 Spektri odziva

3.4.1 Elastični spektar odziva



Spektar brzine u izravnu je odnosu s vrškom energije spremljene u sustavu.

Spektar ubrzanja u izravnu je odnosu s vršnom vrijednosti jednako vrijedne statičke sile i posmika u osnovi.

Spektar odziva (slika 3.8) može se podijeliti u tri pojasa razgobljâ (periodâ):

Slika 3.8: Trostruki spektar odziva

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.4 Spektri odziva

3.4.1 *Elastični spektar odziva*

- pojas osjetljiv na ubrzanja (područje vrlo kratkih razdoblja): sklop s vrlo kratkim razdobljem titranja iznimno je krut i očekivana su mu izobličenja vrlo mala. Njegova se masa giba kruto s tlom, a vršno mu je ubrzanje približno jednako ubrzanju tla.
- pojas osjetljiv na brzine (područje srednjih razdoblja): sklop sa srednjim razdobljem titranja prije odgovara brzini tla nego ijednomu drugom parametru gibanja tla.
- pojas osjetljiv na pomake: područje vrlo dugih razdoblja): sklop s vrlo dugim razdobljem vrlo je savitljiv i očekuje se da će mirovati dok se tlo giba. Vršno mu je izobličenje blisko pomaku tla. Odziv sklopa u najizravnijoj je svezi s pomakom tla.

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.4 Spektri odziva

3.4.1a Elastični proračunski spektar

Budući da je svrha proračuna mosta na potres njegova otpornost na **buduće** potrese, uporaba spektra odziva dobivena s odgovarajućega gibanja pri prošlom potresu nije valjana.

Osim toga zupčaste vrijednosti spektra preko malih područja iziskivale bi nepotrebnu točnost pri određivanju razdoblja titranja sklopa.

Isto je tako nemoguće predvidjeti zupčasti spektar odziva u svim pojedinostima za gibanje tla što se može dogoditi u budućnosti.

Kako bi se prevladali ovi nedostatci, obično se izrađuje ugladeni idealizirani spektar odziva, koji predstavlja **ovojnicu** gibanja tla zabilježenih na dotičnomu mjestu pri prošlim potresima.

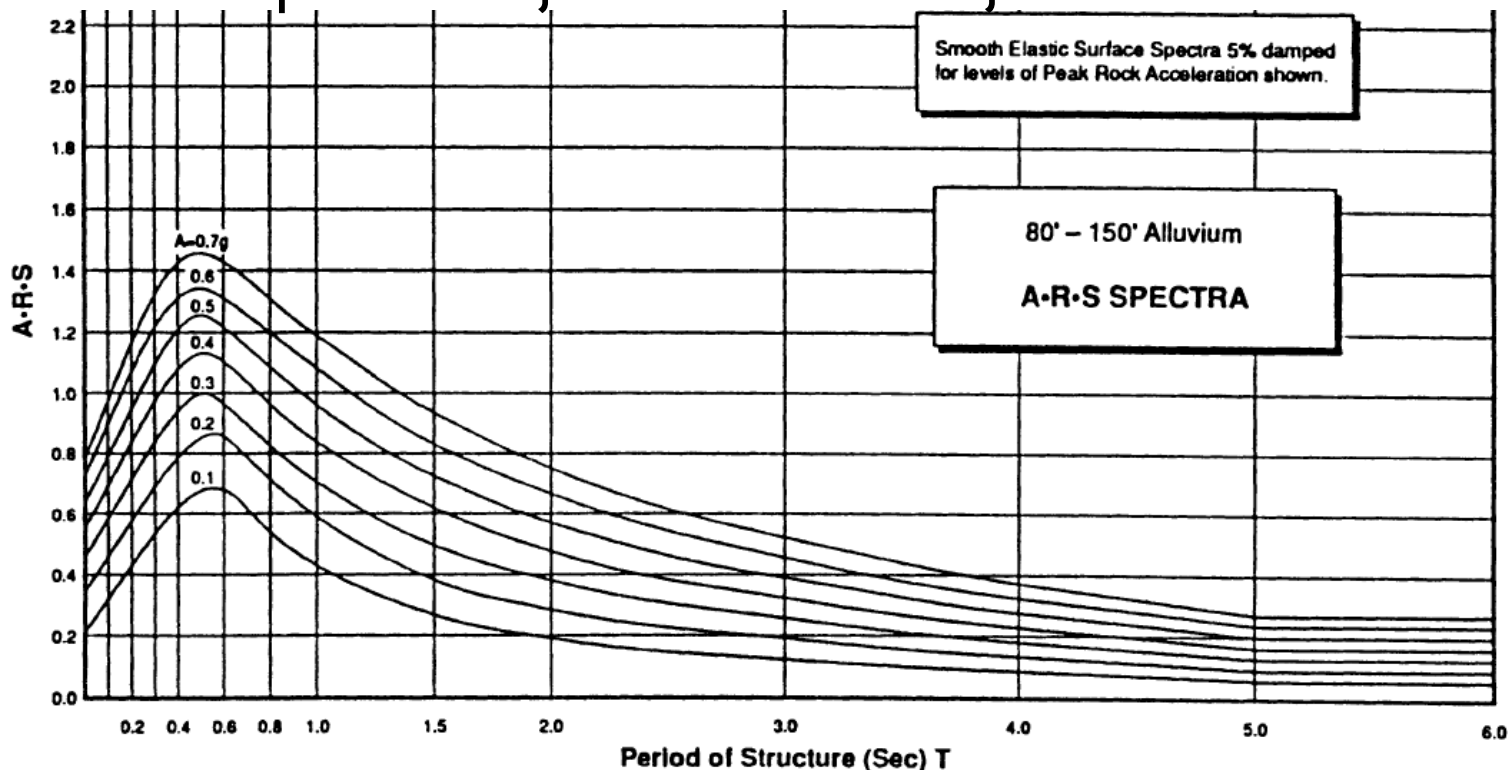
3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.4 Spektri odziva

3.4.1a Elastični proračunski spektar

Izradba elastičnoga proračunskoga spektra temelji se na statističkoj obradbi spektara odziva skupa gibanja tla.

Na slici 3.9 predložen je takav niz krivulja za most u SAD.

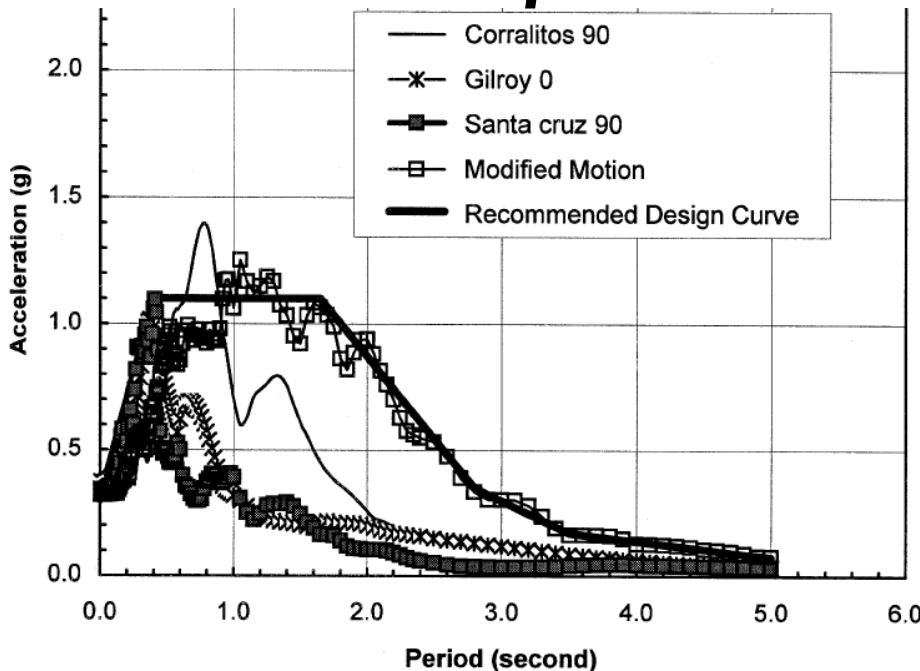


Slika 3.9: Elastični proračunski spektar odziva mosta u SAD

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.4 Spektri odziva

3.4.1a Elastični proračunski spektar



Slika 3.10: Spektar odziva ubrzanja mosta u SAD

tava s 1SS na određeno gibanje tla, dok je proračunski spektar točno određena razina proračunskih potresnih sila ili izobličenja i predstavlja ovojnicu dvaju različitih elastičnih proračunskih spektara.

Na slici 3.10 pak predložen je osobiti spektar odziva za most preko drage Sonoma u Kaliforniji (California Sonoma Creek Bridge).

Inženjeri moraju pojmovno razlikovati **spektar odziva** i **proračunski spektar**.

Spektar odziva samo je vršni odziv svih mogućih sus-

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.4 Spektri odziva

3.4.1a Elastični proračunski spektar

Elastični proračunski spektar priskrbljuje osnovu za određivanje proračunske sile i izobličenja za elastične sustave s 1SS.

3.4.2 Neelastični spektar odziva

Nosivi sklop mosta može očitovati neelastično ponašanje za vrijeme jačeg potresa.

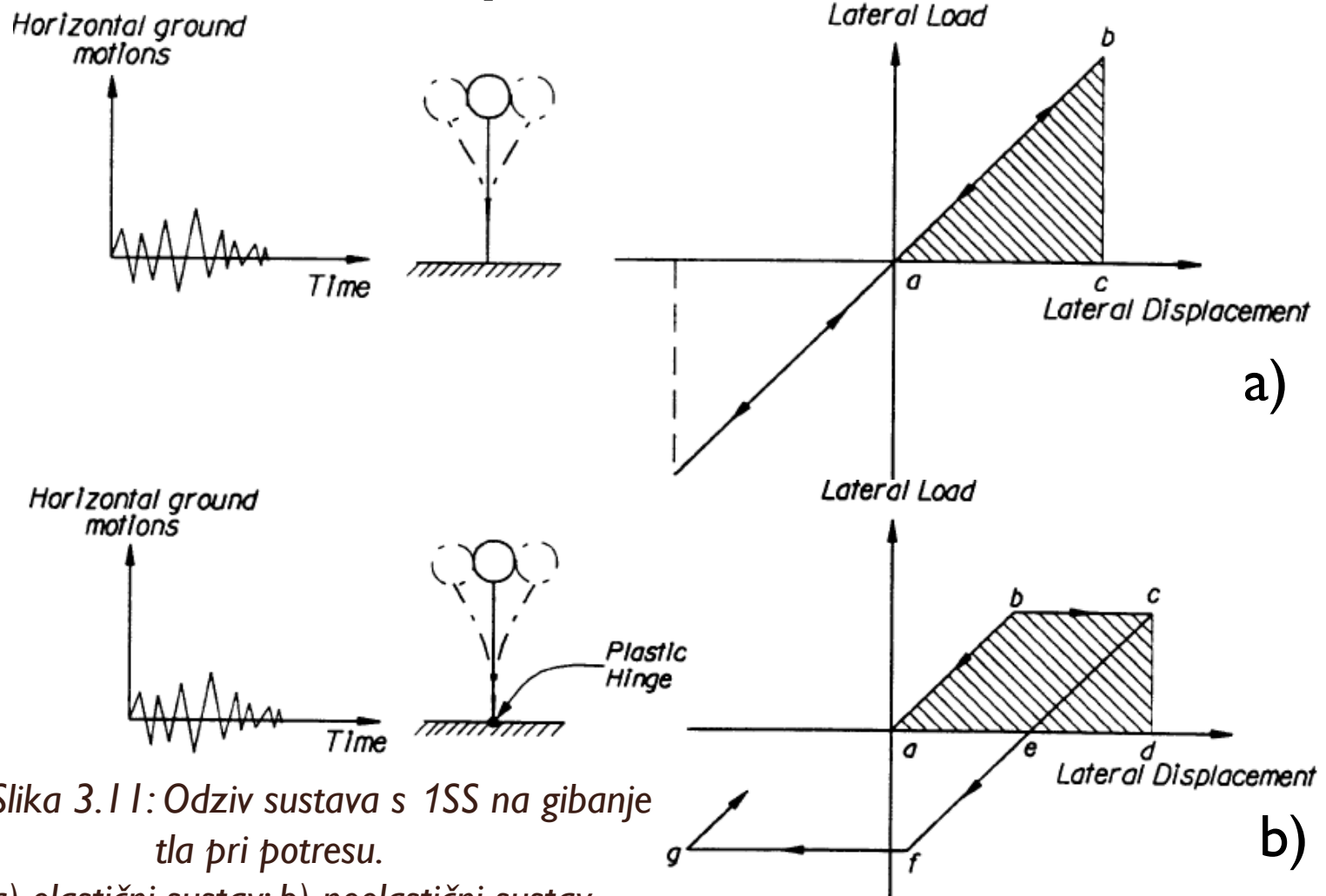
Znakoviti elastični i elasto-plastični odzivi idealizirana sustava s 1SS na žestoka gibanja pri potresu predočeni su na slici 3.11.

Ulazna potresna energija što ju sklop mosta primi rasiplje se i viskoznim prigušenjem i popuštanjem (mjesna neelastična izobličenja što se pretvaraju u toplinsku energiju i druge nepovratne oblike energije).

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.4 Spektri odziva

3.4.2 Neelastični spektar odziva



Slika 3.11: Odziv sustava s 1SS na gibanje tla pri potresu.

a) elastični sustav; b) neelastični sustav

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.4 Spektri odziva

3.4.2 Neelastični spektar odziva

I viskozno prigušenje i popuštanje smanjuju odziv neelastičnih sklopova u odnosu na elastične sklopove.

Viskozno prigušenje predstavlja gubitak unutarnjim trenjem sklopa kada se izobličuje i približno je nepromjenjiv, jer uglavnom zavisi od gradiva.

S druge strane, popuštanje je promjenjivo, jer zavisi od gradiva, od ustroja sklopa, te od rasporeda i povijesti opterećenja.

Prigušenje ima zanemariv učinak na odziv sklopova u sustavâ s dugim i kratkim razdobljima titranja, a najučinkovitije je u smanjenju odziva sklopova u sustavâ sa srednjim razdobljima titranja.

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.4 Spektri odziva

3.4.2 *Neelastični spektar odziva*

Pri proračunu mosta na potres **najvažniji** je **cilj** osigurati da sklop bude sposoban za **duktilno izobličivanje** kada je izvrgnut **većemu potresnom opterećenju**.

Poželjno je razmotriti neelastični odziv mostovnoga sustava na jači potres.

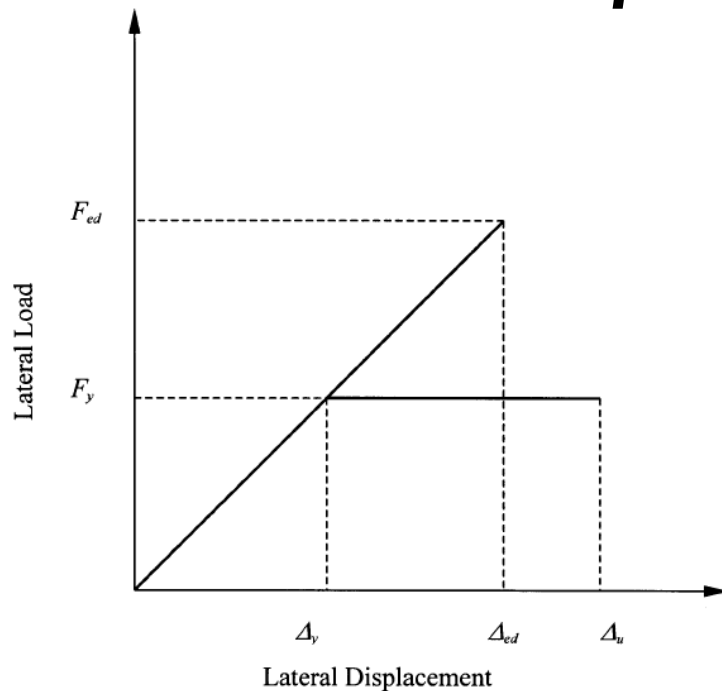
Iako nelinearni neelastični dinamički proračun nije načelno težak, on iziskuje pomnivo modeliranje i opsežno računanje.

Radi razmatranja neelastičnoga potresnog ponašanja sklopa bez provedbe pravoga nelinearnog neelastičnoga proračuna može se primijeniti postupak s faktorom duktilnosti kako bi se dobio spektar neelastičnog odziva iz spektra elastičnog odziva.

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.4 Spektri odziva

3.4.2 Neelastični spektar odziva



Duktilnost sklopa obično se izražava faktorom duktilnosti pomaka, μ , određenim po slici 3.12:

$$\mu = \Delta_u / \Delta_y \quad (3.11)$$

gdje su Δ_u granična sposobnost po maku, a Δ_y pomak pri popuštanju.

Najjednostavniji je način dobivanja neelastičnoga proračunskoga spektra srazmjerno smanjenje elastič-

Slika 3.12: Odnos bočno opterećenje - pomak tra srazmjerno smanjenje elastičnoga proračunskoga spektra nekom funkcijom raspoložive duktilnosti sklopovnoga sustava:

$$ARS_{neelasično} = ARS_{elastično} / f(\mu) \quad (3.12)$$

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.4 Spektri odziva

3.4.2 Neelastični spektar odziva

Faktor smanjenja $f(\mu)$ zavisi od razdoblja titranja sklopa:

$$f(\mu) = \begin{cases} 1 & \text{for } T_n \leq 0.03 \text{ sec} \\ 2\mu - 1 & \text{for } 0.03 \text{ sec} < T_n \leq 0.5 \text{ sec} \\ \mu & \text{for } T_n \geq 0.5 \text{ sec} \end{cases} \quad (3.13)$$

Za vrlo kratka razdoblja titranja ($T_n \leq 0,03$ sek.) u pojasu osjetljivu na ubrzanja nužni je elastični pomak, Δ_{ed} , manji od sposobnosti pomaka, Δ_u (slika 3.12).

Faktor smanjenja $f(\mu) = 1$ podrazumijeva da sklop treba projektirati tako da ostane elastičan kako bi se izbjegla prekomjerna neelastična izobličenja.

Za srednja razdoblja titranja ($0,03 \text{ sek.} < T_n \leq 0,5 \text{ sek.}$) u pojasu osjetljivu na brzine odnosi su sljedeći.

3 Sustav s jednim stupnjem slobode

3.4 Spektri odziva

3.4.2 Neelastični spektar odziva

Nužni elastični pomak, Δ_{ed} , može biti veći ili manji od sposobnosti pomaka, Δ_u , a faktor smanjenja temelji se na načelu jednakosti energije.

Za vrlo veliko razdoblje titranja ($T_n > 0,5$ sek.) u pojasu osjetljivu na pomake faktor smanjenja temelji se na načelu jednakosti pomaka.

4 Nelinearni proračun mostovnih sklopova

4.1 Uvod

Zadnjih godina nelinearni proračun mostova uzima sve više maha kako bi se obuhvatilo neelastično ponašanje pri potresu.

Uvriježeno je da se u običnih mostova dopusti stanovit stupanj oštećenja, ali ne i rušenje.

Kako bi se oštećenja držala pod nadzorom nuždan je postelastični nelinearni proračun.

Mnogi čimbenici pridonose nelinearnu ponašanju mosta:

- neelastičnost gradiva,
- tzv. učinci drugoga reda,
- međudjelovanje tlo-temelj-sklop,
- otvaranje i zatvaranje raspuklina u zglobovima,
- dugotrajni učinci (skupljanje i puzanje betona) itd.

4 Nelinearni proračun mostovnih sklopova

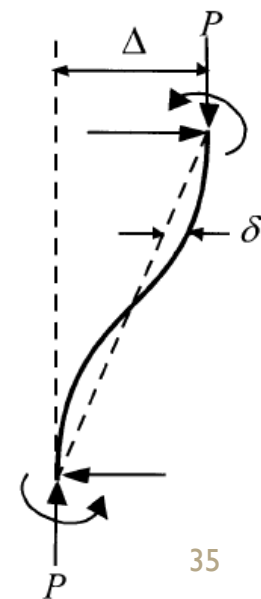
4.1 Uvod

U ovom ćemu izlaganju samo dotaknuti gradivnu i geometrijsku nelinearnost, te ćemo se osvrnuti na osnove nelinearnoga statičkoga proračuna primjenjiva na djelovanje potresa.

Statički se proračuni obično svrstavaju s obzirom na ravnotežu i snošljivost (kompatibilnost):

- proračun prvoga reda (promatra se ravnoteža na neizoblićenu sustavu – mala produljenja/skraćenja i mali pomaci);
- proračun drugoga reda (promatra se ravnoteža na izoblićenoj geometriji sklopa – slika 4.1 – mala produljenja/skraćenja i mala izoblićenja, ali uz umjereno velike zaokrete i velike pomake).

Za proračun na djelovanje potresa nuždan je ovaj drugi način.



Slika 4.1: Ućinci drugoga reda

4 Nelinearni proračun mostovnih sklopova

4.2 Opće smjernice

Pri izboru vrsti proračuna mogu dobro poslužiti ove smjernice:

- Proračun prvoga reda može biti primjeren za mostove malog i srednjeg raspona. Proračun drugog reda potreban je u mostova velika raspona, te u visokih i vitkih mostova.
- Elastični proračun dostatan je pri provjeri nosivosti. Neelastični je pak nuždan pri provjeri pomakâ.
- U većine mostova mogu se zanemariti učinak dodatnoga progibanja pod uzdužnom silom, *Wagnerov* učinak (moment savijanja i uzdužna sila na pomacima od uvrtnja) te posmični učinci na dijelovima sklopa debelih hrptova.
- U čelika mora se uzeti u obzir popuštanje, a mogu se uzeti u obzir očvršnjivanje (*strain hardening*) i lom (*fracture*). U betona mora se uzeti u obzir ukupan odnos σ/ε u tlaku, sve do skrajnjega stlačenja. Vlačna se čvrstoća betona zanemaruje.

4 Nelinearni proračun mostovnih sklopova

4.2 Opće smjernice

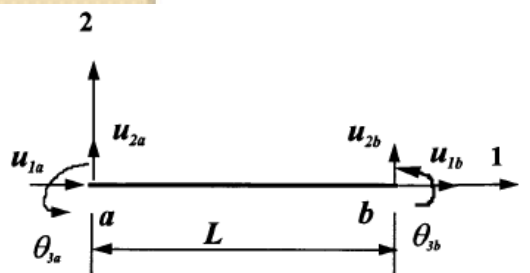
- Druge nelinearnosti, a u prvom redu međudjelovanje tlo-temelj-sklop, djelovanje uređaja za ublaživanje potresa (prigušnici i izolatori potresa), popustljivost spojeva itd. moraju biti pomnjivo razmotrene.

4 Nelinearni proračun mostovnih sklopova

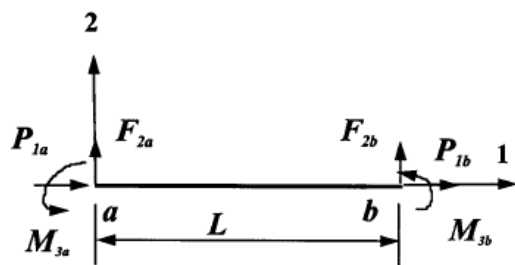
4.3 Izricanje geometrijske nelinearnosti

Geometrijske nelinearnosti mogu se uzeti u obzir pri ispisivanju matrice krutosti članka (sklopovnog dijela).

Opći odnos sila – pomak za prizmatičan štap predložen na slici 4.2 može se izraziti ovako:



(a)



$$\{F\} = [K]\{D\} \quad (4.1)$$

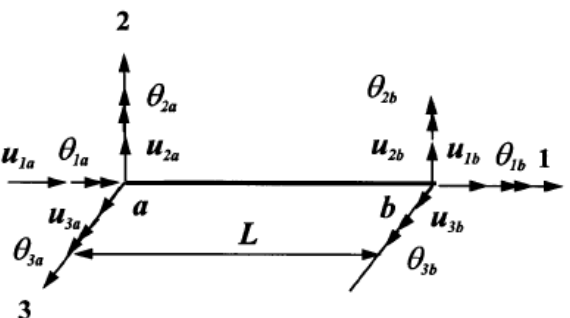
gdje su $\{F\}$ i $\{D\}$ vektori sila i pomaka, a $[K]$ matrica krutosti.

Za dvodimenzijски članak predložen na slici 4.2a

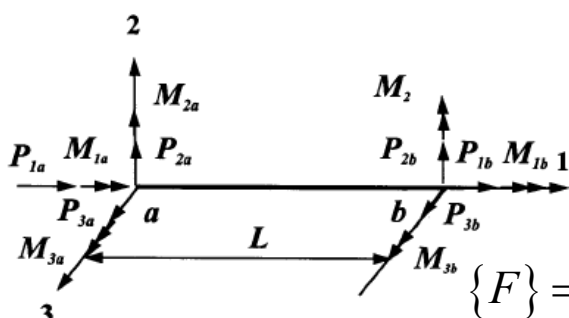
vrijedi:

$$\{F\} = \{P_{1a}, F_{2a}, M_{3a}, P_{1b}, F_{2b}, M_{3b}\}^T \quad (4.2)$$

$$\{D\} = \{u_{1a}, u_{2a}, \theta_{3a}, u_{1b}, u_{2b}, \theta_{3b}\}^T \quad (4.3)$$



(b)



Slika 4.2: Stupnjevi slobode i čvorne sile. a) 2D b) 3D

4 Nelinearni proračun mostovnih sklopova

4.3 Izricanje geometrijske nelinearnosti

4.3.1 Dvodimenzijски članci

Za dvodimenzijски prizmatični članak predočen na slici 4.2a matrica krutosti temeljena na funkciji stabilnosti izgleda ovako:

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ \frac{12EI}{L^3}\phi_1 & \frac{-6EI}{L^2}\phi_2 & 0 & \frac{-12EI}{L^3}\phi & \frac{-6EI}{L^2}\phi_2 \\ & 4\phi_3 & 0 & \frac{6EI}{L^2}\phi_2 & 2\phi_4 \\ & & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ & & & \frac{12EI}{L^3}\phi & \frac{6EI}{L^2}\phi_2 \\ & & & & 4\phi_3 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Gdje su: A ploština presjeka; E modul elastičnosti gradiva; L duljina članka; a Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 i Φ_4 mogu se izraziti kao funkcije stabilnosti navedene u tablici 4.1.

4 Nelinearni proračun mostovnih sklopova

4.3 Izricanje geometrijske nelinearnosti

4.3.1 Dvodimenzijski članci

Tablica 4.1: Jednačbe za 2D Φ_i temeljene na funkciji stabilnosti

ϕ	Axial Load P		
	Compression	Zero	Tension
ϕ_1	$\frac{(kL)^3 \sin kL}{12\phi_c}$	1	$\frac{(kL)^3 \sinh kL}{12\phi_t}$
ϕ_2	$\frac{(kL)^2(1 - \cos kL)}{6\phi_c}$	1	$\frac{(kL)^2(\cosh kL - 1)}{6\phi_t}$
ϕ_3	$\frac{(kL)(\sin kL - kL \cos kL)}{4\phi_c}$	1	$\frac{(kL)(kL \cosh kL - \sinh kL)}{4\phi_t}$
ϕ_4	$\frac{(kL)(kL - \sin kL)}{2\phi_c}$	1	$\frac{(kL)(\sin kL - kL)}{2\phi_t}$

Note: $\phi_c = 2 - 2 \cos kL - kL \sin kL$; $\phi_t = 2 - 2 \cosh kL - kL \sinh kL$; $k = \sqrt{P / EI}$.

4 Nelinearni proračun mostovnih sklopova

4.3 Izricanje geometrijske nelinearnosti

4.3.1 Dvodimenzijски članci

Ako se pretpostavi da su funkcije pomaka polinomi, matrica krutosti temeljena na MKE ima sljedeći oblik:

$$[K] = [K_e] + [K_g] \quad (4.5)$$

Gdje su $[K_e]$ uvriježena linearna elastična matrica krutosti po proračunu prvog reda, a $[K_g]$ je geometrijska matrica krutosti što uzima u obzir učinke uzdužne sile na savojnu krutost članka.

Matrice $[K_e]$ i $[K_g]$ ispisane su na sljedećim prozirnicama.

Valja uočiti da se jedn. (4.6) i (4.7) točno poklapaju s matricom krutosti temeljenom na funkciji stabilnosti ako se uzmu u obzir samo prva dva člana razvoja u Taylorov red u jedn. (4.4).

4 Nelinearni proračun mostovnih sklopova

4.3 Izricanje geometrijske nelinearnosti

4.3.1 Dvodimenzijski članci

$$[K_e] = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ \frac{12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} & 0 & \frac{-12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} & 0 \\ & 4 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 2 & 0 \\ & & \frac{AE}{L} & 0 & 0 & 0 \\ \text{sym} & & & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 \\ & & & & & 4 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

4 Nelinearni proračun mostovnih sklopova

4.3 Izricanje geometrijske nelinearnosti

4.3.1 Dvodimenzijski članci

$$[K_g] = \mp \frac{P}{L} \begin{bmatrix} \frac{6}{5} & \frac{-L}{10} & 0 & \frac{-6}{5} & \frac{-L}{10} \\ & \frac{2L^2}{15} & 0 & \frac{L}{10} & \frac{-L^2}{30} \\ & & 0 & 0 & 0 \\ \text{sym.} & & & \frac{6}{5} & \frac{L}{10} \\ & & & & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

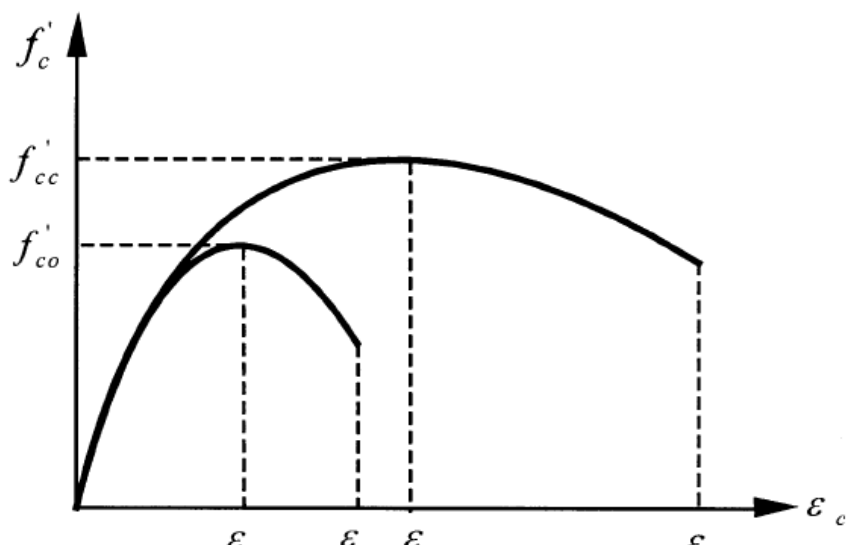
4 Nelinearni proračun mostovnih sklopova

4.4 Izricanje gradivne nelinearnosti

4.4.1 Sklopovni beton

Sklopovni je beton opći naziv za nearmirani, armirani i prednapeti beton.

Gradivna nelinearnost betona ugrađena je u proračun uporabom nelinearnog odnosa σ/ε .



Slika 4.3: Idealizirane krivulje σ/ε za beton pod jednoosnim tlakom
graničnu tlačnu čvrstoću i skraćenje betona.

Na slici 4.3 predočene su idealizirane krivulje σ/ε za nesapeti i sapeti (ovijeni) beton pri jednoosnomu tlaku.

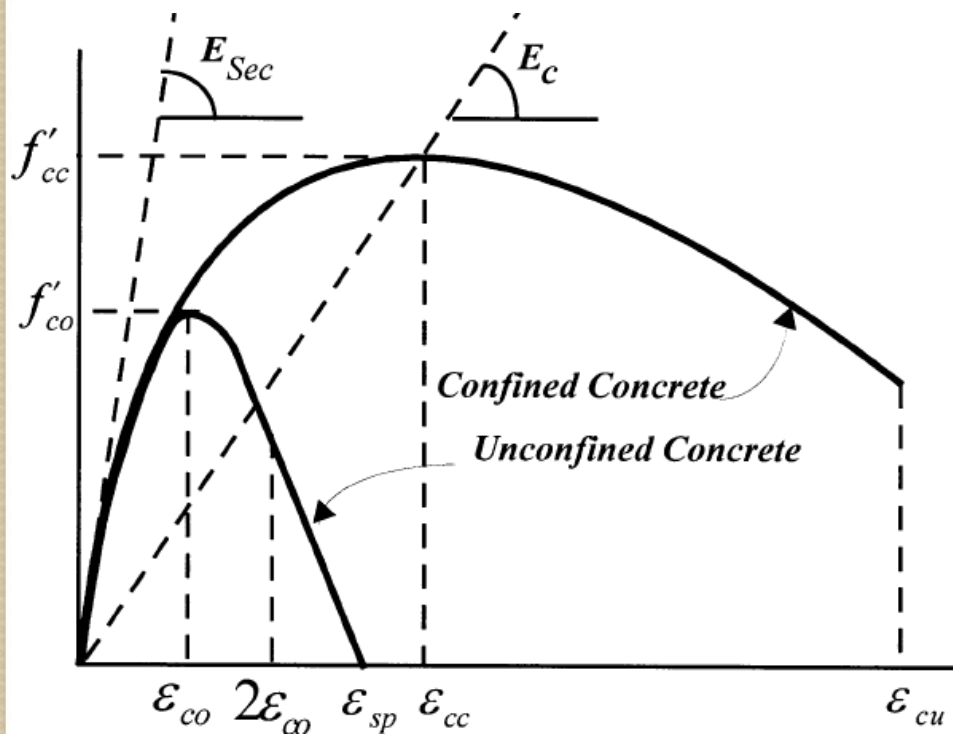
Pokusi su pokazali da sapinjanje gusto razmaknutom poprečnom armaturom (npr. zavojnicom) može znatno povećati

4 Nelinearni proračun mostovnih sklopova

4.4 Izricanje gradivne nelinearnosti

4.4.1 Sklopovni beton

Još uvijek traju istraživački napori kako bi se iznašao dostatan općenit matematički izraz za odnos σ/ε za sapeti beton.



Slika 4.4: Manderov prijedlog za krivulje σ/ε

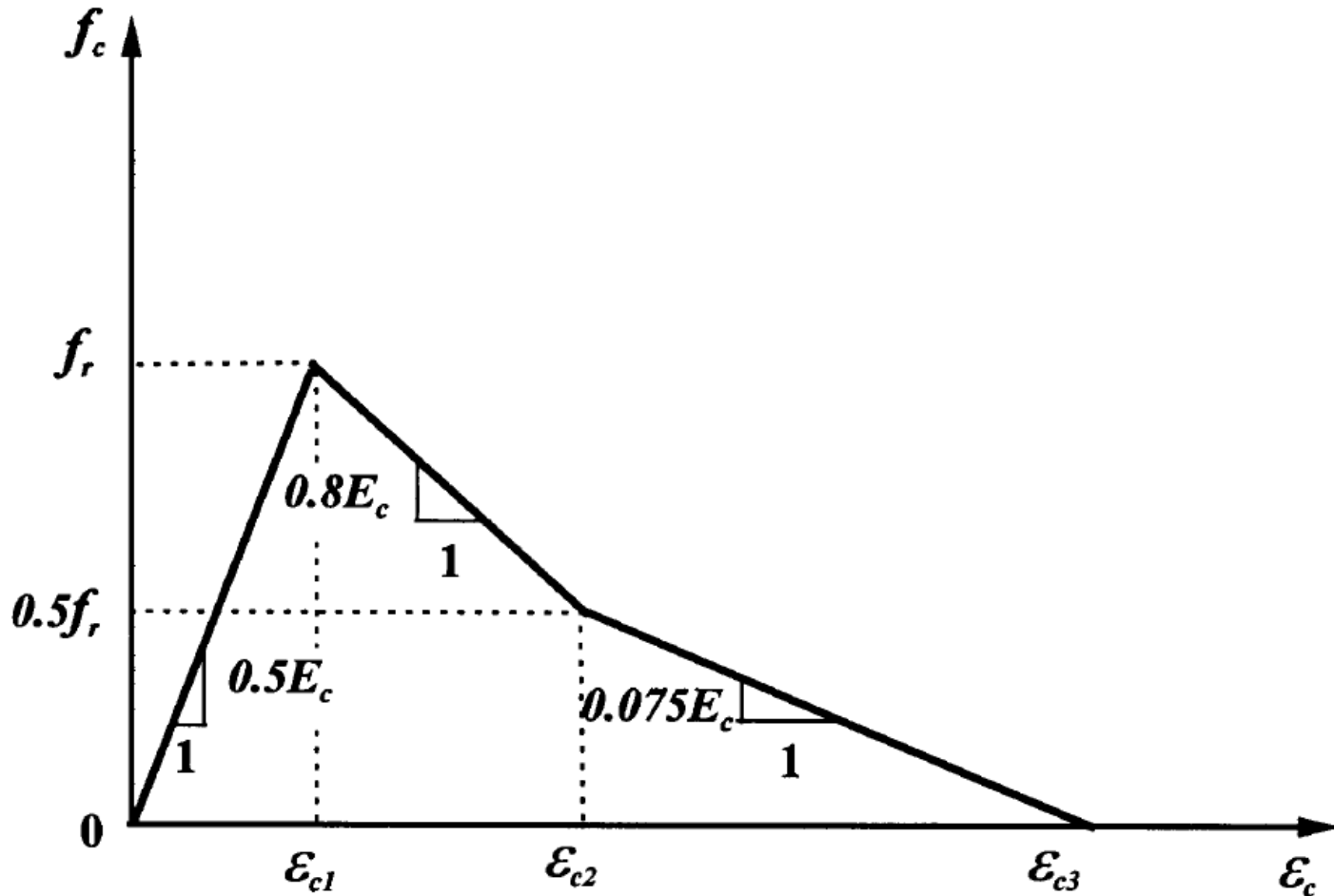
U SAD najviše se rabi *Manderov* izraz (inače prilično složen, pa ga ne ćemo navoditi), a na slici 4.4 predložene se odgovarajuće krivulje σ/ε .

Odnos σ/ε zanimljiv je i u vlaknu, pri čemu u armiranom betonu postoji i silazna grana (slika 4.5).

4 Nelinearni proračun mostovnih sklopova

4.4 Izricanje gradivne nelinearnosti

4.4.1 Sklopovni beton



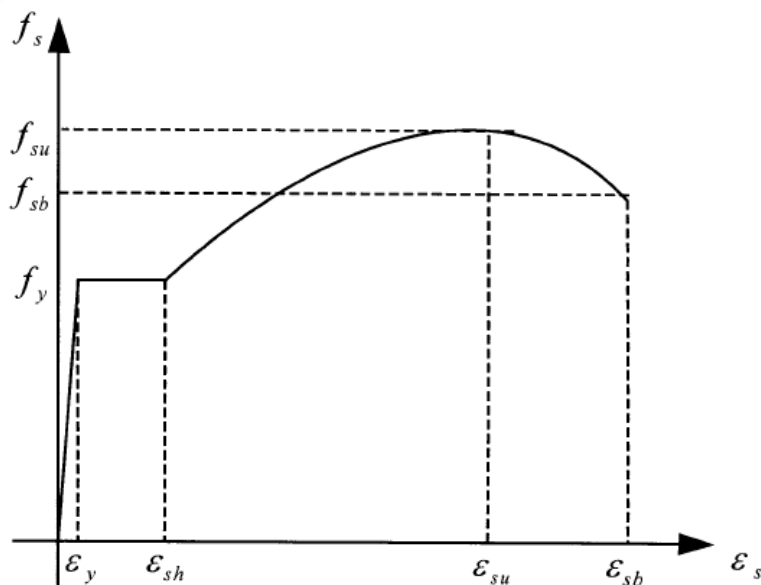
Slika 4.5: Idealizirana krivulja σ/ϵ za beton pod jednoosnim vlakom

4 Nelinearni proračun mostovnih sklopova

4.4 Izricanje gradivne nelinearnosti

4.4.2 Sklopovni i betonski čelik

Za sklopovni čelik i nenapetu armaturu odnos σ/ε može se idealizirati tako da se sastoji od četiriju dijelova (slika 4.6): elastični, plastični, očvrnsni i omekšavajući.



Svaki od tih dijelova opisuje se odgovarajućim izrazom i to za dvije granice popuštanja čelika.

* * * * *

Čelik za prednapinjanje bitno se razlikuje od ovih čelika jer nema izražene granice popuštanja.

Slika 4.6: Idealizirana krivulja σ/ε
za sklopovni čelik i armaturu

4 Nelinearni proračun mostovnih sklopova

4.5 Nelinearno provjeravanje presjeka

4.5.1 Osnovne pretpostavke i izričaji

Osnovna je svrha nelinearnoga provjeravanja presjeka proučavanje “trolista” moment – uzdužna sila – zakrivljenost.

Obično vrijede ove pretpostavke:

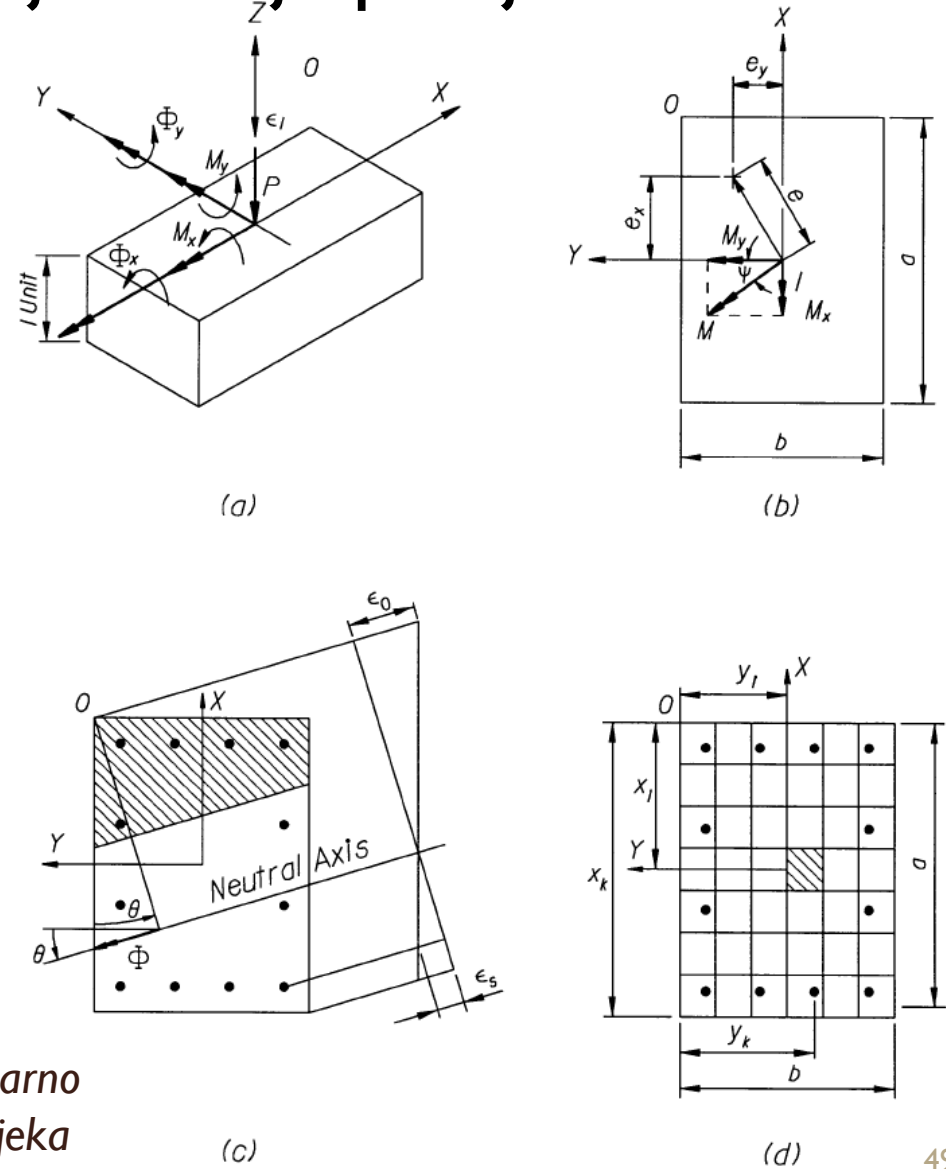
- Presjeci što su bili ravni prije savijanja ostaju ravni i nakon savijanja.
- Zanimariva su izobličenja od poprečne sile i torzije.
- Poznati su odnosi σ/ε za beton i čelik.
- U armiranom betonu postoji savršeno prijanjanje između betona i armature.

Na sljedećim prozirnicama predočit će se odgovarajući crteži (slika 4.7) i matematički izrazi.

4 Nelinearni proračun mostovnih sklopova

4.5 Nelinearno provjeravanje presjeka

4.5.1 Osnovne pretpostavke i izričaji



Slika 4.7: Pretpostavke za nelinearno provjeravanje AB presjeka

4 Nelinearni proračun mostovnih sklopova

4.5 Nelinearno provjeravanje presjeka

4.5.1 Osnovne pretpostavke i izričaji

Jednačbe snošljivosti (kompatibilnosti):

$$\Phi_x = \varepsilon/y \quad (4.8)$$

$$\Phi_y = \varepsilon/x \quad (4.9)$$

Jednačbe ravnoteže:

$$P = \int_A \sigma dA = \sum_{i=1}^n \sigma_i A_i \quad (4.10)$$

$$M_x = \int_A \sigma y dA = \sum_{i=1}^n \sigma_i y_i A_i \quad (4.11)$$

$$M_y = \int_A \sigma x dA = \sum_{i=1}^n \sigma_i x_i A_i \quad (4.12)$$

4 Nelinearni proračun mostovnih sklopova

4.5 Nelinearno provjeravanje presjeka

4.5.2 Modeliranje i postupci rješavanja

Za AB članak presjek se izdijeli u odgovarajući broj betonskih i čeličnih strukova što predstavljaju beton i armaturu, kako je prikazano na slici 4.7d.

Svakom se betonskom i čeličnom struku pridružuje odgovarajući odnos σ/ε .

Pri tomu se razlikuje beton jezgre (sapeti beton) od betona u zaštitnom sloju (nesapeti beton).

Proračun počinje izborom skraćanja/produljenja skrajnjih betonskih vlakana, čime je određen i položaj neutralne osi, te pravčasti obris skraćanja/produljenja presjeka.

Na osnovi toga mogu se izračunati naprezanja i sile.

Zatim se provjerava ravnoteža presjeka za danu uzdužnu silu.

4 Nelinearni proračun mostovnih sklopova

4.5 Nelinearno provjeravanje presjeka

4.5.2 Modeliranje i postupci rješavanja

Promjenom položaja neutralne osi postupak se ponavlja dok se ne zadovolji uvjet ravnoteže.

Pošto se uspostavi ravnoteža uz pretpostavljena skraćivanja/produljenja i danu uzdužnu silu računaju se odgovarajući momenti i zakrivljenosti.

Krivulje moment-zakrivljenost ($M-\Phi$) za danu uzdužnu silu računaju se povećavanjem skrajnjega skraćivanja/produljenja, te iznalaženjem odgovarajućeg momenta i pridružene zakrivljenosti.

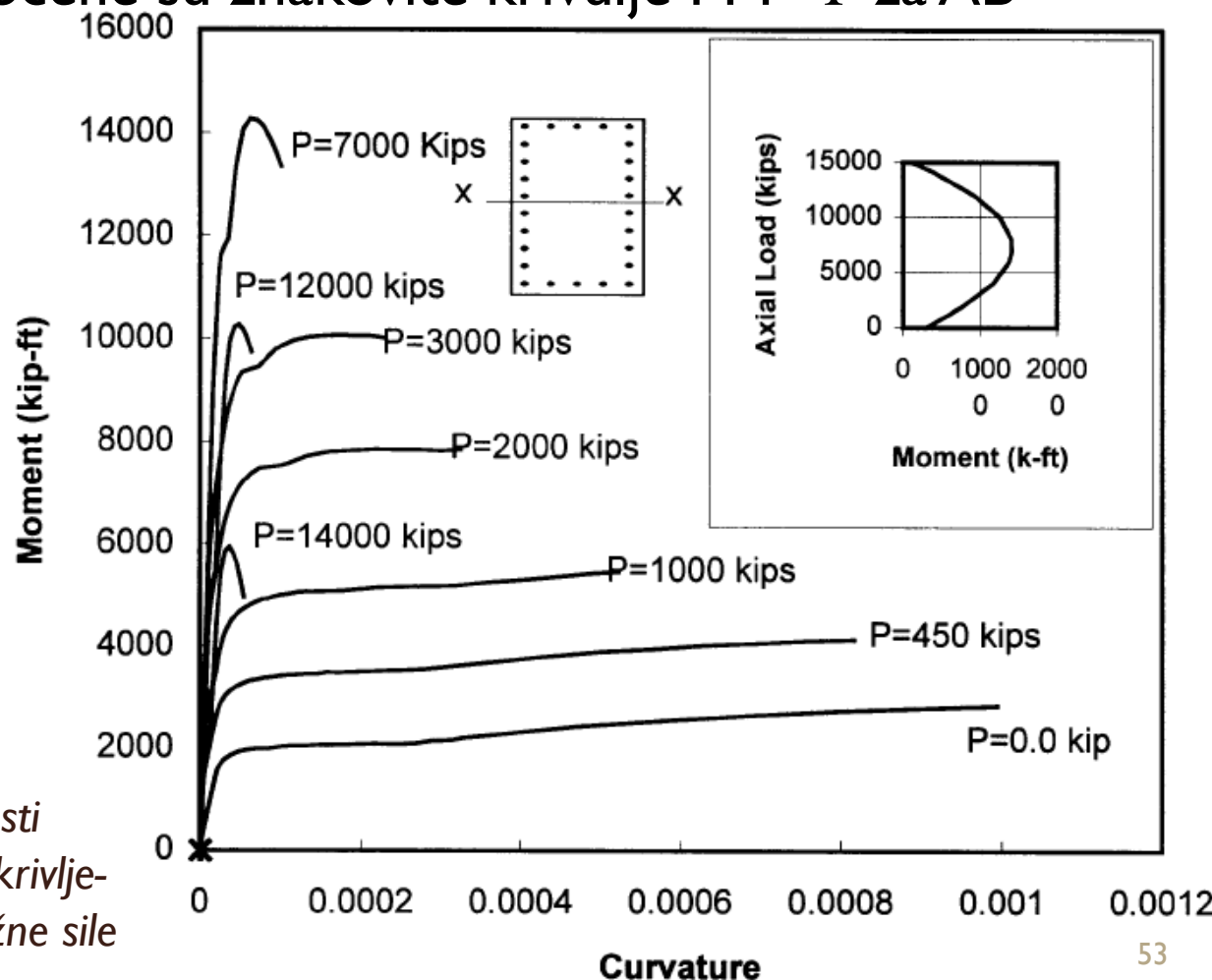
Tako se dobiva porodica krivulja međudjelovanja ($M-P$) što daju odnos uzdužne sile i graničnoga momenta savijanja povećavanjem uzdužne sile i iznalaženjem odgovarajućega graničnog momenta savijanja po gornjem postupku.

4 Nelinearni proračun mostovnih sklopova

4.5 Nelinearno provjeravanje presjeka

4.5.2 Modeliranje i postupci rješavanja

Na slici 4.8 predočene su znakovite krivulje M-P- Φ za AB presjek.



Slika 4.8: Krivulje zavisnosti momenta i zakrivljenosti od uzdužne sile