

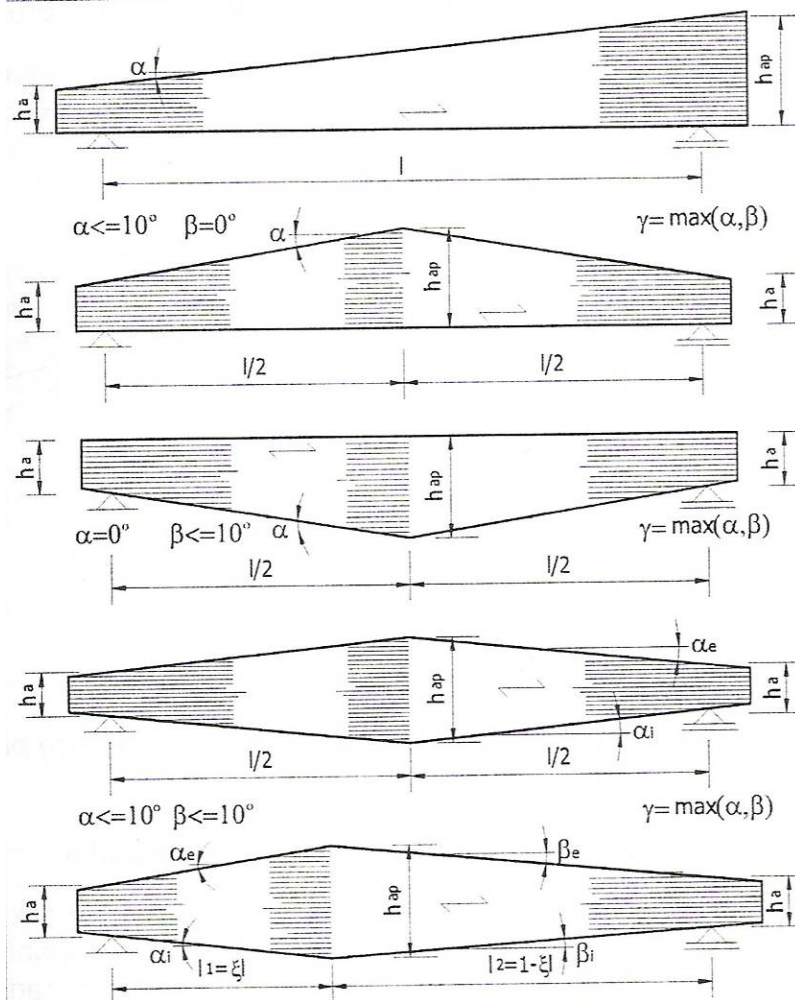
## VJEŽBE 12

# LAMELIRANI NOSAČI POSEBNE GEOMETRIJE

### TRAPEZNI, ZAKRIVLJENI I SEDLASTI NOSAČI

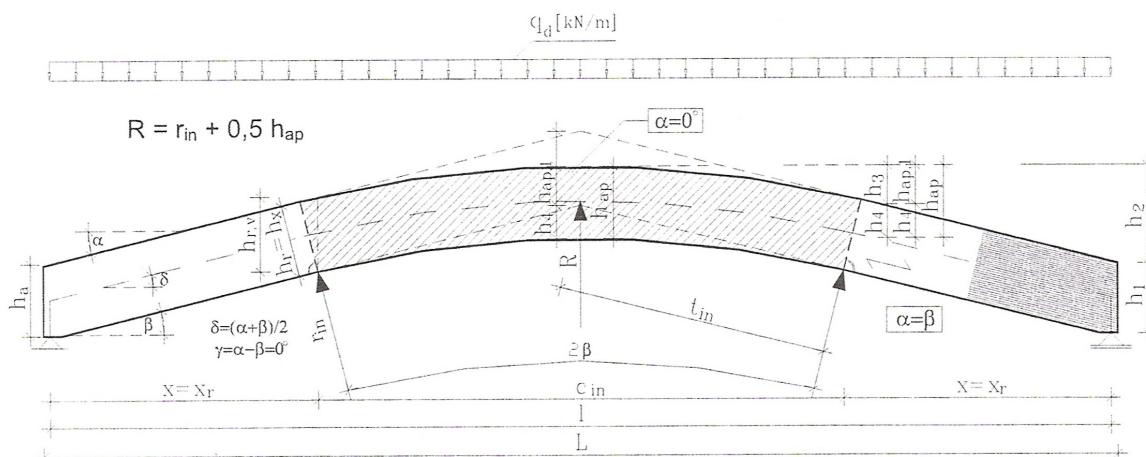
Kod ovih nosača zbog promjenjive visine maksimalni naponi se ne moraju nalaziti na mjestu najvećih utjecaja. Zasijecanjem ruba nosača pojavljuju se složena stanja napreznja te je potrebno provjeriti napreznja u svim smjerovima. Zasijecanje povećava složena stanja napreznja te zbog toga kut zasijecanja ne smije biti veći od  $10^\circ$ .

### TRAPEZNI NOSAČI

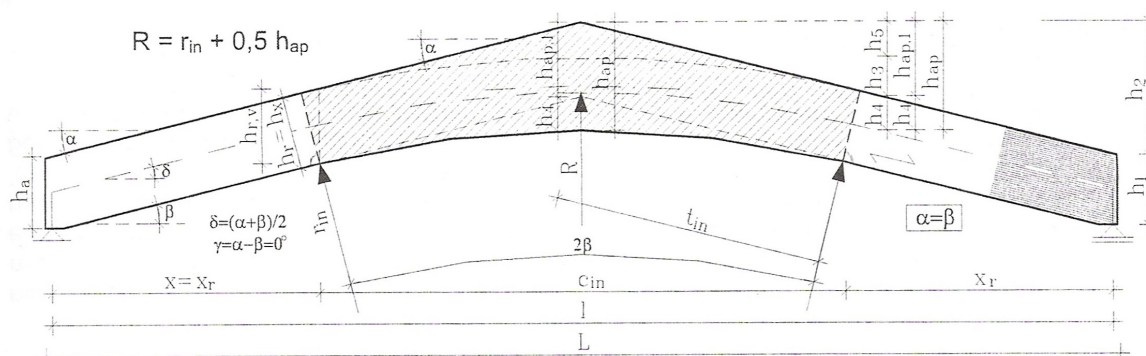


Slika 1: Tipski oblici trapezoidnih lameliranih nosača (Slika 9.1, DK prema EN, Bjelanović, Rajčić, 251.str.)

## ZAKRIVLJENI I SEDLASTI NOSAČI

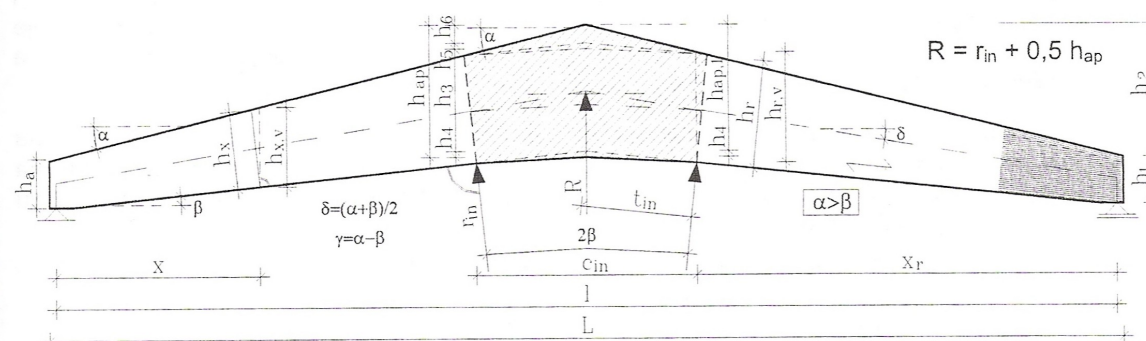


Zakrivljeni nosač konstantnog poprečnog presjeka;  $\alpha = \beta$   
(koncentrična zakrivljenost u području sljemena nosača)



Sedlasti nosač konstantnog poprečnog presjeka;  $\alpha = \beta$

Sedlasti nosač promjenjivog poprečnog presjeka;  $\alpha > \beta$



**Slika 2:** Geometrija i opterećenje LLN zakrivljenog intradosa. Zakrivljeni nosači konstantnog presjeka i sedlasti nosači konstantnog i promjenjivog presjeka - volumen okomitim vlakom napreznog područja sljemena nosača (Slika 9.18, DK prema EN, Bjelanović, Rajčić, 287.str.)

# GRANIČNO STANJE NOSIVOSTI

## 1. Nosivost na savijanje

### Provjera naprezanja u karakterističnom presjeku x-x

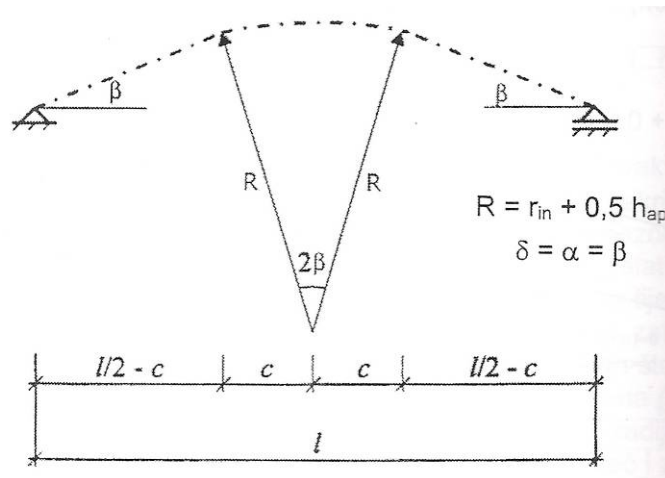
Karakteristični presjek x-x je presjek s najvećim omjerom utjecaja i otpornosti odnosno presjek s najvećim naprezanjima.

U tablici 3 prikazano je nekoliko trapeznih nosača i formule pomoću kojih određujemo položaj najvećih naprezanja na nosaču.

Geometrijski oblik trapeznog nosača	Položaj presjeka x-x	Visina nosača $h_x$
	$x = \frac{l}{\frac{h_{ap}}{h_a} + 1}$	$h_x = \frac{2 \cdot h_{ap}}{\frac{h_{ap}}{h_a} + 1}$
	$x = \frac{l}{2} \cdot \frac{h_a}{h_{ap}}$	$h_x = h_a \cdot \left(2 - \frac{h_a}{h_{ap}}\right)$
	$x = \frac{l_1}{\frac{h_{ap}}{h_a} + 2 \cdot \frac{l_1}{l} - 1}$	$h_x = 2h_a \cdot \frac{\frac{h_{ap}}{h_a} - 1 + \frac{l_1}{l}}{\frac{h_{ap}}{h_a} - 1 + 2 \cdot \frac{l_1}{l}}$

**Tablica 3:** Položaj i visina poprečnog presjeka s najvećim naprezanjem savijanja - različiti oblici trapeznih nosača izloženi simetričnom vertikalnom djelovanju (Tablica 9.1, DK prema EN, Bjelanović, Rajčić, 259.str.)

Kod zakrivljenih nosača konstantne visine poprečnog presjeka karakteristični presjek x-x je na udaljenosti od  $x = l/2 - c$  (vidi sliku 4)



**Slika 4:** Oblikovanje uzdužne osi zakrivljenih nosača konstantnog presjeka (Slika 9.19, DK prema EN, Bjelanović, Rajčić, 288.str.)

Kod sedlastih nosača čija je visina promjenjiva izvan područja zakrivljenosti karakteristični presjek x-x određuje se kao kod simetričnih trapeznih nosača (tablica 3).

Za sve ostale nosače koji ne ispunjavaju navedene uvjete položaj karakterističnog presjeka x-x, presjeka s najvećim napreznanjima, mora se pojedinačno odrediti (derivacija napreznanja od savijanja = 0).

#### Provjeru napreznanja na ravnom i na kosom rubu

$$\sigma_{m,0,d} = \sigma_{m,\gamma,d} = \frac{M_{x,d}}{W_x} \leq k_{m,\gamma} f_{m,d}$$

#### oznake:

$\sigma_{m,0,d}$  - napreznanje na ravnom rubu nosača [kN/cm<sup>2</sup>]

$\sigma_{m,\gamma,d}$  - napreznanje na kosom rubu nosača [kN/cm<sup>2</sup>]

$\gamma$  - nagib zasijecanja lamela [°]

$M_{x,d}$  - moment savijanja na mjestu x [kNcm]

$W_x$  - moment otpora na mjestu x [cm<sup>3</sup>]

$k_{m,\gamma}$  - faktor redukcije otpornosti na savijanje [kN/cm<sup>2</sup>]

$$k_{m,\gamma} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{m,d}}{0,75f_{v,d}} \operatorname{tg}\alpha\right)^2 + \left(\frac{f_{m,d}}{f_{t,90,d}} \operatorname{tg}^2\alpha\right)^2}} \text{ - za provjeru oslabljenog vlačnog ruba}$$

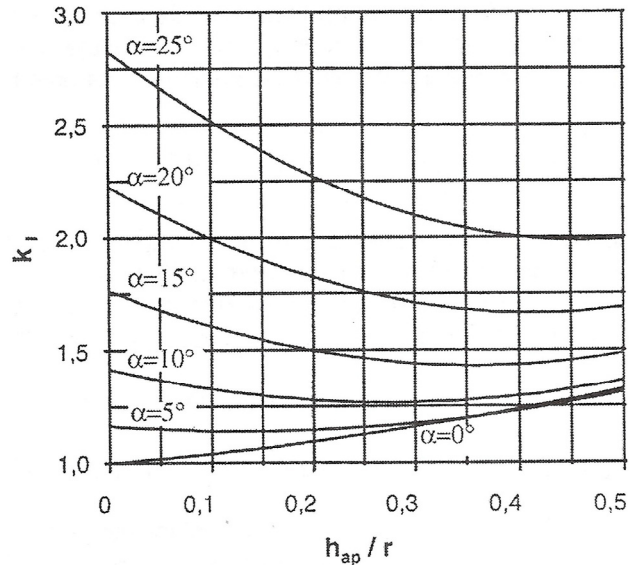
$$k_{m,\gamma} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{m,d}}{1,5f_{v,d}} \operatorname{tg}\alpha\right)^2 + \left(\frac{f_{m,d}}{f_{c,90,d}} \operatorname{tg}^2\alpha\right)^2}} \text{ - za provjeru oslabljenog tlačnog ruba}$$

### Provjera naprezanja u apeksu

$$\sigma_{m,ap,d} = k_L \frac{M_{ap,d}}{W_{ap}} \leq k_r \cdot f_{m,d}$$

$$k_L = k_1 + k_2 \left( \frac{h_{ap}}{r} \right) + k_3 \left( \frac{h_{ap}}{r} \right)^2 + k_4 \left( \frac{h_{ap}}{r} \right)^3$$

$k_L$  možemo odrediti očitanjem iz dijagrama (slika 5) ili računski.



**Slika 5:** Dijagrami vrijednosti faktora korekcije proračunskih naprezanja savijanja u sljemenu (Slika 9.13, DK prema EN, Bjelanović, Rajčić, 263.str.)

$$k_1 = 1 + 1,4 \cdot \operatorname{tg} \alpha + 5,4 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha$$

$$k_2 = 0,35 - 8 \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$k_3 = 0,6 + 8,3 \cdot \operatorname{tg} \alpha - 7,8 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha$$

$$k_4 = 6 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha$$

$$\frac{r_{in}}{t} \geq 240 \rightarrow k_r = 1$$

$$\frac{r_{in}}{t} < 240 \rightarrow k_r = 0,76 + 0,001 \frac{r_{in}}{t}$$

$$r = r_{in} + 0,5h_{ap}$$

#### oznake:

$h_{ap}$ ,  $W_{ap}$ ,  $M_{ap,d}$  - visina nosača, moment otpora nosača i moment savijanja u apeksu

$r$  - radijus zakrivljenosti nosača [cm]

$r_{in}$  - radijus zakrivljenosti intradosa nosača [cm]

$\alpha$  - poprečni nagib oslabljenja [°]

$k_L$  - faktor korekcije naprezanja zbog nelinearne raspodjele naprezanja po visini presjeka zbog geometrije nosača

$k_r$  - faktor umanjenja čvrstoće zbog savijanja lamela prilikom proizvodnje LLD

$t$  - debljina lamela [cm]

### Provjera izbočavanja (stabilnosti)

$\lambda_{rel,m,y}$  - relativna vitkost za izbočavanje za os y-y

$$\lambda_{rel,m,y} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\frac{\pi \sqrt{E_{0,05} I_Z G_{0,05} I_{tor}}}{I_{ef} W_y}}}$$

Geometrijske karakteristike računamo kod nosača konstantne visine poprečnog presjeka:  $h = h_{ap}$ , dok je kod nosača promjenjive visine poprečnog presjeka  $h = h_x$ .

za  $\lambda_{rel,m,y} \leq 0,75$

$$\rightarrow k_{crit,y} = 1,0$$

za  $0,75 < \lambda_{rel,m,y} \leq 1,4$

$$\rightarrow k_{crit,y} = 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m,y}$$

za  $1,4 < \lambda_{rel,m,y}$

$$\rightarrow k_{crit,y} = \frac{1}{\lambda_{rel,m,y}^2}$$

$$\sigma_{m,y,d} \leq k_{crit,y} \cdot f_{m,d}$$

## 2. Nosivost na posmik

Zbog oslabljena presjeka u blizini ležaja posmična naprezanja provjeravamo u presjeku nad ležajem.

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{V_d}{b \cdot h_e} \leq k_v \cdot f_{v,d}$$

$\tau_d$  - naprezanje od posmika

$V_d$  - računski posmična sila

$b$  - širina poprečnog presjeka

$h_e$  - efektivna visina poprečnog presjeka nosača

$k_v$  - faktor redukcije zbog oslabljenja

$f_{v,d}$  - računski nosivost drva na posmik

### 3. Nosivost na tlak okomito na pravac vlakana

Zbog relativno malih dimenzija oslonaca tlačna naprežanja okomito na pravac vlakana provjeravamo na ležajevima nosača.

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{F_{c,d}}{A} \leq k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}$$

$F_{c,d}$  - računski tlačna sila okomita na pravac vlakana

$A$  - površina koji se opire tlačnoj sili

$f_{c,90,d}$  - računski nosivost drva na tlak okomito na pravac vlakana

$\sigma_{c,90,d}$  - naprežanje od tlačne sile okomito na pravac vlakana

$k_{c,90}$  - faktor povećanja čvrstoće ovisno o površini na kojoj se unosi tlačna sila

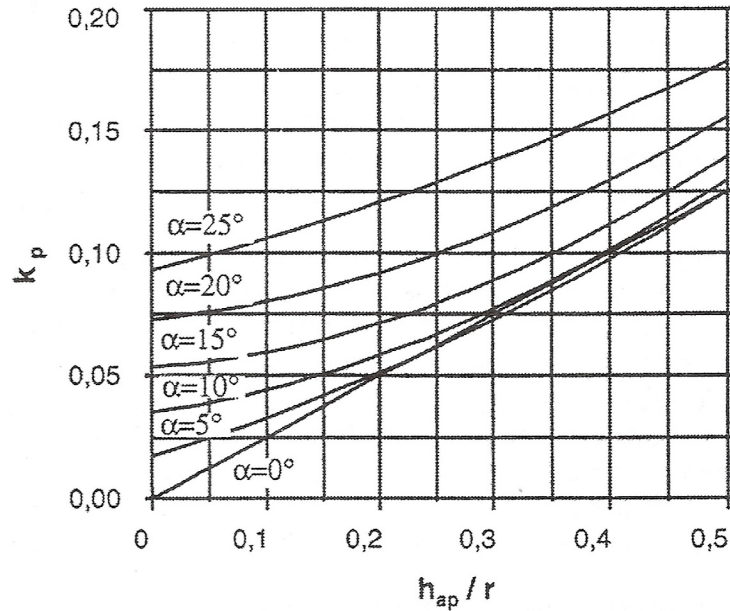
### 4. Nosivost na vlak okomito na pravac vlakana

Zbog nelinearne raspodjele naprežanja kod dvostranih trapezних nosača u apeksu se pojavljuje vlak okomito na pravac vlakana.

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \frac{M_{ap,d}}{W_{ap}} - 0,6 \frac{p_d}{b} \leq k_{dis} k_{vol} f_{t,90,d}$$

$$k_p = k_5 + k_6 \left( \frac{h_{ap}}{r} \right) + k_7 \left( \frac{h_{ap}}{r} \right)^2$$

$k_p$  možemo odrediti očitanjem iz dijagrama (slika 6) ili računski.



**Slika 6:** Dijagrami vrijednosti faktora  $k_p$  korekcije napreznja prouzročenih savijanjem koje u području sljemena nosača izaziva normalna napreznja okomito na vlakna (Slika 9.14, DK prema EN, Bjelanović, Rajčić, 264.str.)

$$k_5 = 0,2 \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$k_6 = 0,25 - 1,5 \cdot \operatorname{tg} \alpha + 2,6 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha$$

$$k_7 = 2,1 \cdot \operatorname{tg} \alpha - 4 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha$$

$$k_{\text{dis}} = 1,4 \quad - \text{ za dvostrane trapezne i zakrivljene nosače}$$

$$k_{\text{dis}} = 1,7 \quad - \text{ za sedlaste nosače}$$

$$k_{\text{vol}} = \left( \frac{V_0}{V} \right)^{0,2}$$

$$V \leq \frac{2}{3} V_b$$

**oznake:**

$h_{ap}$ ,  $W_{ap}$ ,  $M_{ap,d}$  - visina nosača, moment otpora nosača i moment savijanja u apeksu

$r$  - radijus zakrivljenosti nosača

$\alpha$  - poprečni nagib oslabljenja

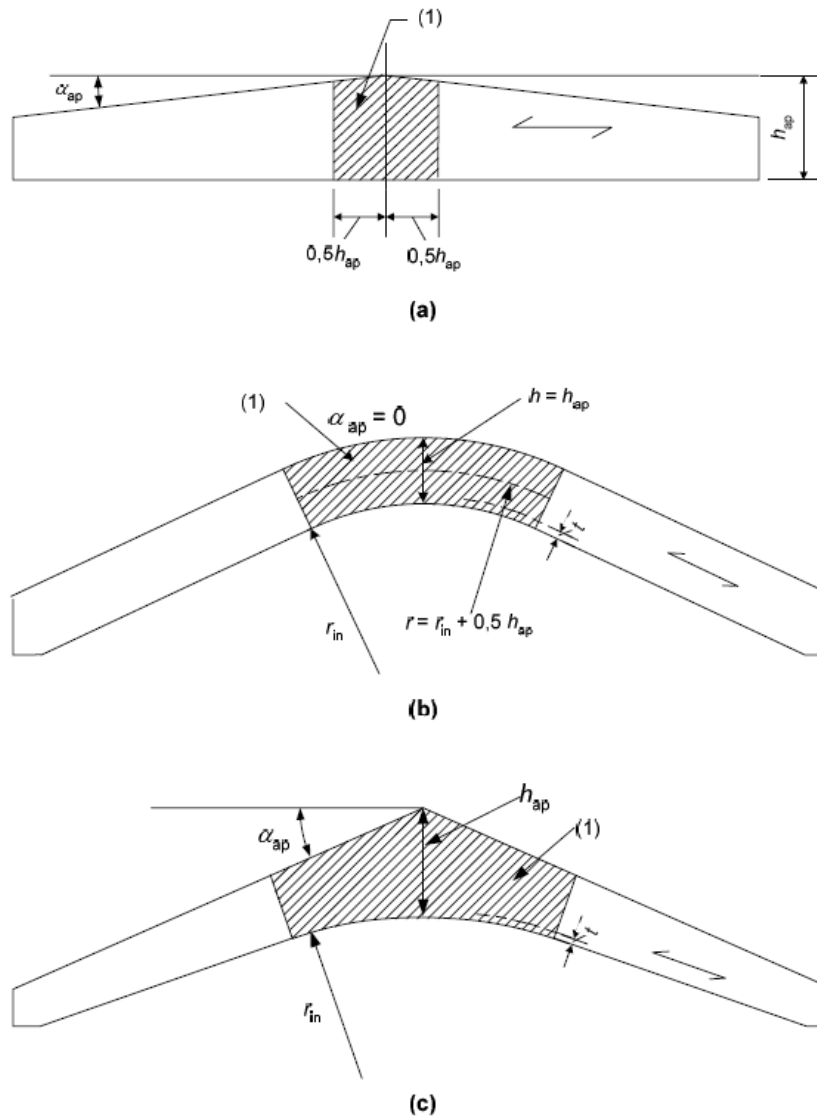
$k_p$  - faktor korekcije normalnih uzdužnih napreznja od savijanja koje izaziva normalna napreznja okomita na pravac vlakana u području sljemena nosača

$V_0 = 0,01 \text{m}^3$  - usporedni volumen

$V$  - volumen pod utjecajem vlačnih napona (šrafirano na slici 2 i 7)

$V_b$  - volumen cijelog nosača

$p_d$  - kontinuirano tlačno opterećenje na nosaču u području sljemena

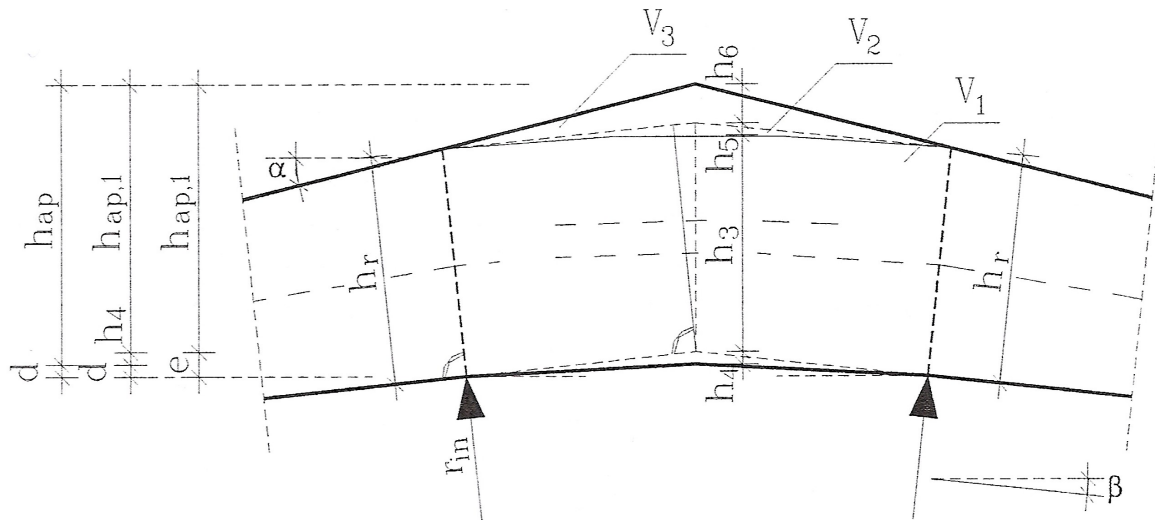


**Slika 7:** Područje sljemena (1) (Figure 6.8 - Double tapered (a), curved (b) and pitched cambered (c) beams with the fibre direction parallel to the lower edge of the beam, Final draft prEN1995-1-1, str.50)

### 5. Interakcija posmika i vlakna okomito na pravac vlakana

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} + \frac{\sigma_{t,90,d}}{k_{dis} k_{vol} f_{t,90,d}} \leq 1$$

## Određivanje volumena područja sljemena



**Slika 8:** Geometrija volumena u području sljemena sedlastog nosača (Slika 9.24, DK prema EN, Bjelanović, Rajčić, 296.str.)

## Zakrivljeni nosač konstantnog poprečnog presjeka - koncentrična zakrivljenost

$$V = V_1 = bh^2 \left( 0,5 + \frac{r_{in}}{h_r} \right) \frac{2\beta\pi}{180}$$

visina volumena  $V_1$  u sljemenu:

$$h_r = h_3 + h_4$$

$$h_3 = h_r - h_4$$

$$h_4 = r_{in} \left( \frac{1}{\cos\beta} - 1 \right)$$

## Sedlasti nosač konstantnog poprečnog presjeka $\alpha = \beta$

$$V = V_1 + V_2$$

$$V_2 = bh_r^2 \left( 1 + \frac{r_{in}}{h_r} \right)^2 \left( \sin^2\beta \cdot \text{tg}\beta + \sin\beta \cdot \cos\beta - \frac{\pi\beta}{180} \right)$$

visina volumena  $V_2$  u sljemenu

$$h_5 = \frac{h_r}{\cos\beta} - h_3 = (r_{in} + h_r) \cdot \left( \frac{1}{\cos\beta} - 1 \right)$$

## Sedlasti nosač promjenjivog poprečnog presjeka $\alpha > \beta$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V_3 = bh_r^2 \left( 1 + \frac{r_{in}}{h_r} \right)^2 \sin^2 \beta \cdot (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)$$

visina volumena  $V_3$  u sljemenu

$$h_6 = (r_{in} + h_r) \sin \beta \cdot (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)$$

## GRANIČNO STANJE UPORABLJIVOSTI

Trenutna (početna) elastična deformacija je zbroj deformacija od momenta savijanja i posmičnih naprezanja:

$$u_{inst} = u_{inst,\sigma} + u_{inst,\tau}$$

Trenutna deformacija od momenta savijanja u polovici raspona od kontinuiranog opterećenja a za geometrijske karakteristike poprečnog presjeka nad ležajem (utjecaj razlike geometrije nosača uvažava se preko faktora  $k_\sigma$  i  $k_\tau$ ):

$$u_{inst,\sigma} = k_\sigma u_{inst,M}$$

$$k_\sigma = \frac{\left( \frac{h_a}{h_{ap}} \right)^3}{0,15 + 0,85 \left( \frac{h_a}{h_{ap}} \right)}$$

$$u_{inst,M} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_{def,i} L^4}{E_{0,mean} I_a} = \frac{5}{48} \cdot \frac{M_{max,def,i} L^2}{E_{0,mean} I_a}$$

Trenutna deformacija od posmičnih naprezanja:

$$u_{inst,\tau} = 1,20 \cdot k_\tau u_{inst,V}$$

$$k_\tau = \frac{2}{1,0 + \left( \frac{h_{ap}}{h_a} \right)^{\frac{2}{3}}}$$

$$u_{inst,V} = \frac{M_{max,def,i}}{G_{0,mean} A_a}$$

**Napomena:** Kod sedlastih i zakrivljenih nosača promjenjive visine za visinu poprečnog presjeka  $h_{ap}$  uzimamo visinu "strijele" sljemena  $h_{ap,1}$  (slika 2)

Konačna deformacija:

$$u_{\text{fin}} = \sum u_{\text{inst}} (1 + k_{\text{def}}) - u_0$$

Proračun deformacija za trapezne nosača može se uraditi i pomoću geometrijskih svojstava zamjenskog nosača:

Dvostrani simetrični trapezni nosač

$$I_i = \left( 0,34 + 0,66 \sqrt{\frac{I_a}{I_{\text{ap}}}} \right) \cdot I_{\text{ap}}$$

Jednostrani simetrični trapezni nosač

$$I_i = \left( 0,20 + 0,80 \sqrt{\frac{I_a}{I_{\text{ap}}}} \right) \cdot I_{\text{ap}}$$

$I_a$  - moment tromosti presjeka visine  $h_a$

$I_{\text{ap}}$  - moment tromosti presjeka visine  $h_{\text{ap}}$

**Napomena:** Izrazi vrijede samo za nosače s istovjetnim uvjetima oslanjanja, opterećenja,...